No	titre	3	4	5	6	7	8	9	Ar.	Alg.	Gé.	Lo..	Orig.
1	Adesivi	3							X				C.I.
2	RMT 2005	3	4								X		C.I.
3	Le ordinazioni	3	4									X	SR
4	Belle colonne	3	4	5					X			X	SR+rB
5	Lo scialle della nonna	3	4	5							X		PR
6	I tre conigli		4	5	6				X			X	SR
7	Targa		4	5	6				X			X	AO+rB
8	La pendola			5	6				X				PR
9	Griglie di fiammiferi			5	6	7			X				SR+rB
10	Pentamini			5	6	7					X	X	SR
11	I funghi				6	7	8	9	X			X	SR+rB
12	Biscotti di Emilia				6	7	8	9	X				SR+rB
13	I “Bipalindromi”					7	8	9	X			X	SR+rB
14	Che cartello strano !					7	8	9	X	X	X		SR+rB
15	Il topolino					7	8	9				X	LU
16	Gita al mare						8	9	X	X			RV
17	La bicicletta						8	9	X	X			SI
18	Alla ricerca del rettangolo							9			X		SI

1. ADESIVI (Cat. 3)

Gli adesivi che Giulia e Oscar collezionano si vendono nelle buste.
In ogni busta ci sono dieci fogli di adesivi.
Su ogni foglio ci sono dieci adesivi.
Oggi Giulia e Oscar decidono di contare i loro adesivi.
Giulia ha 4 buste complete, 24 fogli completi fuori dalle buste e 12 adesivi separati.
Oscar ha 6 buste complete, 3 fogli completi fuori dalle buste e 31 adesivi separati.

Chi ha più adesivi?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, moltiplicazione, numerazione decimale (cambio centinaia, decine e unità)

Analisi del compito

- Comprendere le differenti equivalenze: una busta vale 10 fogli, un foglio vale 10 adesivi e, soprattutto, una busta vale 100 adesivi.
- Stabilire il conteggio di ciascun bambino passando per i fogli:

  Giulia: 4 buste corrispondono a 40 fogli, 24 fogli e 12 adesivi che valgono un foglio e due adesivi, in totale di 65 fogli e due adesivi.

  Oscar: 6 buste corrispondono a 60 fogli, 3 fogli e 31 adesivi che valgono 3 fogli e 1 adesivo, in totale 66 fogli e un adesivo.

  oppure: stabilire i conteggi corrispondenti, in adesivi, per ottenere: Giulia 652 adesivi e Oscar 661.

  oppure: fare i conti in buste e fogli per constatare che ognuno dei due ha 6 buste, che Oscar ha 6 fogli, mentre Giulia ne ha solo 5, senza indicare gli adesivi isolati (informazione che non è più necessaria),

  oppure: costruire una tabella con, per ognuno dei due bambini, il dettaglio delle buste, dei fogli e degli adesivi e gli scambi corrispondenti,
- oppure utilizzare le conoscenze su centinaia e decine per passare direttamente alle addizioni:

  Giulia: 400 + 240 + 12 = 652 ; Oscar: 600 +30 + 31 = 661
- Concludere dicendo che è Oscar quello che ne ha di più.

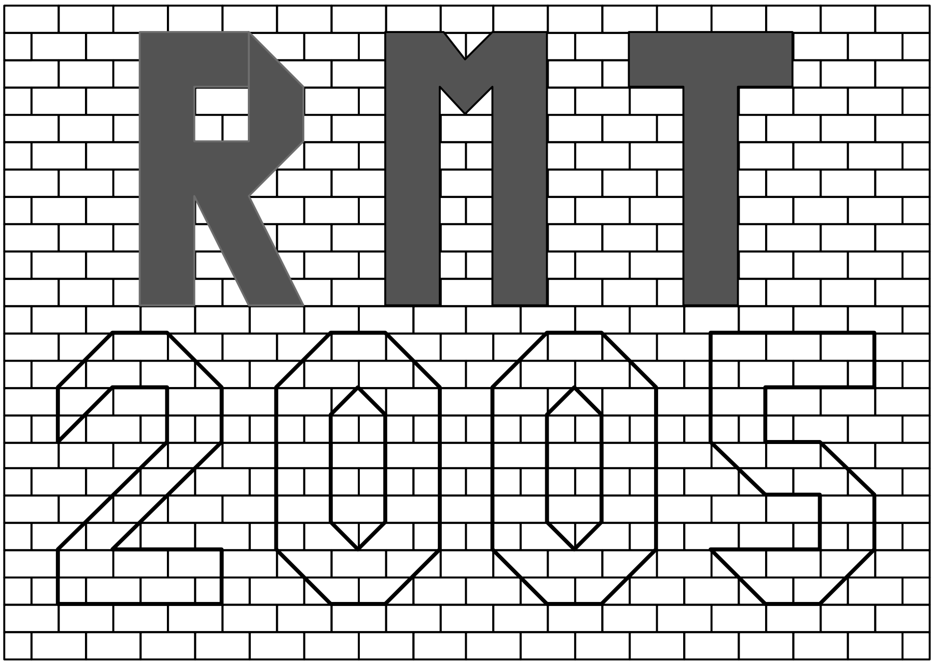
Livello: 3

Origine: C. I.

2. RMT 2005 (Cat. 3, 4)

Sul muro della scuola è stata pitturata la parte interna delle lettere R, M e T, preparate per la prossima finale del Rally Matematico Transalpino. Rimane da dipingere la parte interna delle quattro cifre del 2005.

Sofia dipinge il «2» e il primo «0». Mauro dipingerà l’altro «0» e il «5».



Chi userà più pittura?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: approccio alla nozione di area: determinazione dell’area delle figure per ricoprimenti e conteggio di unità

Analisi del compito

- Rendersi conto che la quantità di pittura dipende dalla grandezza delle superfici da ricoprire e che si deve trovare una (o più) unità d’area per poter fare il confronto
- Scegliere, tra le unità, la più evidente: il “mattone” (rettangolo), il “mezzo mattone” (quadrato), il triangolo (o metà quadrato) che permette di avere un numero intero di unità
- Scelta l’unità (o le unità) organizzare il conteggio dopo avere eventualmente disegnato l’intera pavimentazione (per esempio con triangoli oppure con triangoli e quadrati)
- Rendersi conto che è inutile calcolare l’area delle cifre «0» e che è sufficiente confrontare quelle del «2» e del «5»
- Trovare le aree per conteggio e concludere che è Mauro quello che userà più pittura dando per esempio, il numero di quadratini(se l’unità è il quadratino): area del «2» = 34 e area del «5» = 36

Livello: 3 – 4; **Origine** : C.I.

3. CONSEGNATE LE ORDINAZIONI! (Cat. 3, 4)

Un fioraio ha preparato cinque mazzi di fiori per cinque delle sue clienti:

- un mazzo di garofani rossi;
- un mazzo di garofani gialli;
- un mazzo di tulipani rossi;
- un mazzo di tulipani gialli
- e un mazzo di margherite bianche

Si sa che :

- La signora Andrei compra soltanto fiori rossi;
- La signora Bassi abita a Lussimpiccolo;
- La signora Carrillo e la signora Dardi vogliono solo fiori gialli;
- La signora Martini e la signora Carrillo desiderano soltanto garofani!

A quale cliente è destinato ciascuno di questi mazzi?

Scrivete la vostra spiegazione.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica e ragionamento : affermazione, negazione e complementare, unione

Analisi del compito

- Lavorare per tentativi non organizzati.
- Prendere in esame le consegne date e tener conto delle informazioni che contengono.
- Esempio di ragionamento :
- La signora Andrei avrà i garofani o i tulipani rossi ("unicamente rossi" induce "né giallo", "né bianco")
- Le signore Carrillo e Dardi avranno i garofani gialli e i tulipani gialli
- La signora Carrillo non vuole che garofani, essi saranno perciò gialli
- La signora Dardi riceverà dunque i tulipani gialli (i fiori che restano fra i "gialli")
- La signora Martini desidera garofani, avrà quelli rossi (in quanto quelli gialli sono attribuiti alla signora Carrillo)
- La signora Andrei riceverà i tulipani rossi (i garofani rossi sono già stati attribuiti)
- oppure: costruzione di una tabella o schema o dove gli allievi procedono per eliminazione e dove, per esempio, dopo aver tenuto conto delle quattro consegna, ci si convince che la signora Carrillo dovrà ricevere i garofani gialli. cosa che porterà ad inserire tre altri «no» nella relativa colonna e determinare che la signora Dardi avrà dei tulipani gialli, etc.

persone|fiori	garofani rossi	garofani gialli	tulipani rossi	tulipani gialli	marg. bianche
Andrei		no		no	no
Bassi					
Carrillo	no	sì	no	no	no
Dardi	no		no		no
Martini			no	no	no

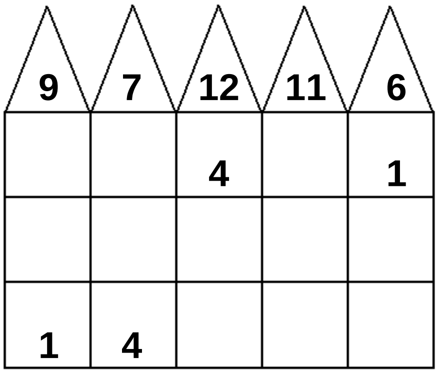
Livello: **3 - 4**

Origine : Svizzera romanda

4. CHE BELLE COLONNE! (Cat. 3, 4, 5)

Scrivete un numero in ogni casella rispettando le seguenti consegne :

- Utilizzate soltanto i numeri 1, 2, 3, 4, 5 ma tutte le volte che volete.
- In ogni riga, tutti i numeri sono diversi.
- In ogni colonna, tutti i numeri sono diversi.
- In ciascuna colonna il numero scritto nel triangolo è la somma degli altri tre numeri.



Completate le colonne e spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, scomposizione di un numero in una somma di tre termini
- Logica: ragionamento

Analisi del compito

- Trovare le scomposizioni possibili per ciascuna colonna e rendersi conto, alla luce dei vincoli dell'enunciato, che ce n'è una sola corretta per colonna: 3 e 5 per la 1ª e la 3ª colonna ; 1 e 2 per le 2ª colonna ; 2, 4 e 5 per la 4ª ; 2 e 3 per la 5ª.
- Posizionare poi i numeri di una riga o di una colonna rispettando le condizioni («non due numeri uguali sulla stessa riga/stessa colonna» «somma»), e dedurre la posizione degli altri per deduzioni successive ,

  per esempio: le tre caselle della 2° colonna devono contenere, dal basso, i numeri 4, 1 e 2; di conseguenza il 5 della 4° colonna deve essere al terzo piano, cosa che porta alla presenza de 3 a questo piano nella prima colonna , etc.,

  Oppure: lavorare per ipotesi quando diverse disposizioni sono possibili,

  per esempio, sistemare i numeri 2, 3, 5 in quest'ordine, nella prima riga, invertire il 2 e il 3 osservando che il 2 non va bene nella prima colonna e così "cadere" sulla soluzione
- Rendersi conto che c'è una sola soluzione:

:

3	2	4	5	1
5	1	3	4	2
1	4	5	2	3

Livello: 3 – 4 - 5

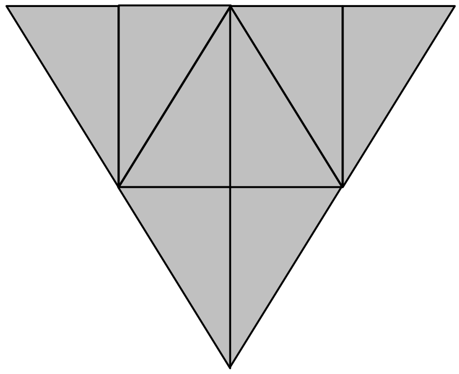
Origine: Svizzera romanda, incontro di Bourg-en-Bresse

5. LO SCIALLE DELLA NONNA (Cat. 3, 4, 5)

La nonna Piera ha realizzato uno scialle con questo disegno.

La nipotina Camilla dice che è bellissimo perché ha tanti triangoli.

Prova a contarli, ma ha delle difficoltà e non è mai sicura della risposta.



Secondo voi, quanti triangoli si possono vedere su questo disegno?

Disegnateli con precisione in modo che si possa vedere facilmente come li avete contati.

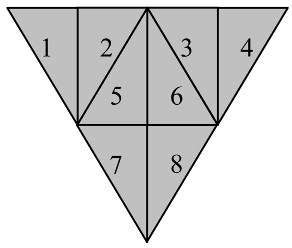
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: individuare triangoli all'interno di una figura complessa
- Logica: procedere con un certo ordine nel conteggio delle figure

Analisi del compito

- Rendersi conto che si possono vedere altri triangoli oltre gli 8 triangoli rettangoli «piccoli» che compongono la figura.
- Identificare e contare i triangoli formati da due triangoli «piccoli». Ce ne sono 6 in tutto, di due tipi:
  4 triangoli equilateri (3 nella parte alta della figura, uno – ribaltato - al centro)
  2 triangoli isosceli al centro (posizionati simmetricamente, con il lato lungo verticale)
- Identificare i due triangoli rettangoli formati da 4 triangoli «piccoli».
- Considerare il «triangolo grande» che delimita la figura.
- Calcolare il totale 8 + 6 + 2 + 1 = 17.
- Indicare i 17 triangoli: utilizzando colori diversi su figure differenti (infatti con questo procedimento non è possibile distinguerli su un unico disegno), attraverso lettere poste ai vertici, tramite numeri, ecc. Per esempio:
  gli 8 «piccoli»: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,
  i 6 triangoli formati da due «piccoli»:1-2, 3-4, 5-6, 7-8, poi 5-7, 6-8
  i 2 triangoli costituiti da quattro «piccoli»: 1-2-5-7, 3-4-6-8,
  il triangolo «grande»: 1-2-3-4-5-6-7-8



Livello: 3 - 4 - 5

Origine: Parma

6. I TRE CONIGLI (Cat. 4, 5, 6)

Tre conigli mangiano le verdure del mio orto!
Il coniglio bianco mangia ogni sera una carota.
Il coniglio marrone mangia ogni sera una rapa o, se non ce ne sono più, tre carote.
Il coniglio nero mangia ogni sera un cavolo o, se non ce ne sono più, tre rape, o se non ce ne sono più, 5 carote.

Questa mattina, ho raccolto una parte degli ortaggi.
Ho lasciato per i conigli: 45 carote, 21 rape, 5 cavoli.

Per quanti giorni possono nutrirsi tutti e tre i conigli?

Spiegate come avete trovato la soluzione.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: sottrazione ed, eventualmente, divisione

Analisi del compito

- Comprendere che nei primi 5 giorni, il numero degli ortaggi diminuirà di 1 ogni giorno. Poi,dal 6° giorno, il numero delle carote diminuirà di 1 per giorno,ma quello delle rape diminuirà di 4 per giorno (a causa dei conigli marrone e nero). Infine, quando non ci saranno più rape, i conigli mangeranno, insieme 9 carote al giorno.
- Eseguire le operazioni corrispondenti : alternanza di sottrazione e divisione per ciascun ortaggio.
- Il procedimento più probabile e più efficace è quello di costruire un inventario giorno per giorno o per periodi di tempo fino all'esaurimento di uno degli ortaggi, in una tabella del tipo:

carote	45	44	…	40	39	38	37	36	27	18	9	0
rape	21	20	…	16	12	8	4	0	0	0	0	0
cavoli	5	4	…	0	0	0	0	0	0	0	0	0
giorni	0	1	…	5	6	7	8	9	10	11	12	13

La risposta esatta è quindi 13 giorni.

Livello: 4 - 5 - 6

Origine: Svizzera romanda

7. LA TARGA DELL'AUTO (Cat. 4, 5, 6)

La polizia cerca l'auto di un ladro.

- un primo testimone ha osservato che il numero della targa è formato da cinque cifre, tutte differenti.
- un secondo testimone ricorda che la prima cifra è 9,
- un terzo testimone ha notato che l'ultima cifra è 8,
- un quarto testimone, che ha 22 anni, ricorda che la somma delle cinque cifre della targa è uguale alla sua età.

Quale può essere il numero della targa dell'auto che la polizia cerca?

Scrivete tutte le possibilità e spiegate come le avete trovate.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione
- Logica: combinatoria

Analisi del compito

- Comprendere che la somma delle tre cifre deve essere 5 = 22 – (9 + 8). Cercare le possibili scomposizioni di 5 come somma di 3 termini diversi e trovare le 12 combinazioni realizzabili con queste scomposizioni.
- Scrivere i 12 numeri della targa possibili:
  9 014 8, 9 041 8 , 9 104 8 , 9 140 8 , 9 401 8 , 9 410 8 , 9 023 8 , 9 032 8 , 9 203 8 , 9 230 8 , 9 302 8 , 9 320 8.

Livello: 4 - 5 - 6

Origine : Aosta, Svizzera romanda e incontro di Bourg-en-Bresse

8. IL PENDOLO (Cat. 5, 6)

Piero ha un orologio a pendolo che segna:
- la mezzora di ciascuna ora, suonando un colpo;
- l'ora, suonando il numero di colpi indicato dalla lancetta corta

A mezzogiorno o a mezzanotte la pendola batte 12 colpi.
A mezzogiorno e mezzo, suona 1 colpo.
Alle ore 13 suona 1 colpo perché è l'una del pomeriggio.
Piero carica la pendola ogni giorno tra mezzogiorno e mezzogiorno e mezzo.

Quanti colpi batte la pendola tra due successivi interventi di Piero?

Mostrate chiaramente come avete proceduto.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale:
- Aritmetica: addizione e moltiplicazione

Analisi del compito:
- Capire che passano 24 ore prima che Piero ricarichi la pendola
- Fare la lista completa di tutte le «suonerie», con il numero di colpi corrispondenti, poi addizionare o contare o lavorare nel caso di tutte le ore e le mezzore separatamente

oppure
- Capire che la pendola suonerà 24 volte 1 colpo per le mezzore ed effettuare i calcoli 2x(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12) = 2 x 78 = 156 per le ore ed infine calcolare il numero totale: 180 = 156 + 24.

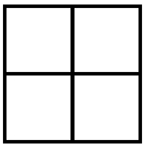
oppure eventualmente fare (1+2+3+4+5……+12) = 13 x 6 = 78, 78 x 2 = 156 e poi aggiungere 24 per arrivare a 180, applicando le proprietà associativa e commutativa

oppure
- Lavorare su 12 ore e contare i colpi per periodi di un'ora: 2 x (2 + 3 + 4 + …. + 13) = 2 x 90 = 180.

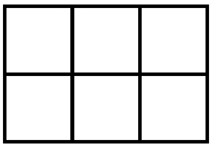
Livello: 5 - 6

Origine: Parma

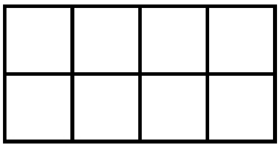
9. GRIGLIE DI FIAMMIFERI (Cat. 5, 6, 7)



Per costruire la prima figura ci sono voluti 12 fiammiferi.



Per la seconda è stato necessario usare qualche fiammifero in più!



E per la terza, ancora altri fiammiferi!

Continuando a costruire figure nello stesso modo, quanti fiammiferi saranno necessari per la costruzione della centesima figura?

Giustificate la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni e moltiplicazioni, successioni e loro costruzione

Analisi del compito

- Continuare eventualmente la successione delle figure e contare il numero di fiammiferi in ciascuna e organizzare una lista di numeri associati a quella delle figure per completarla più avanti
- Constatare (anche senza altre figure) che si passa da una figura all'altra aggiungendo 5
- Constatare che per la seconda figura sono stati aggiunti 5 fiammiferi (si è aggiunto 5, 1 volta) ai 12 iniziali; per la terza figura si aggiunge 5 due volte, dunque per la quarta si aggiunge 5 tre volte e così via: per la centesima si aggiunge 5, 99 volte

  aggiungere quindi 99 volte 5 ai 12 fiammiferi iniziali per ottenere 12 + 99 x 5 = 507.

O/e: presentare i risultati sotto forma di tabella:

figura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…	20	…	30	…	40	…	80	…	100
fiammiferi	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	…	107	…	157	…	207	…	407…	…	507

e osservare le sequenze delle cifre 2 e 7 per le unità, e delle cifre delle decine per saltare delle tappe lavorando di 10 in 10, di 20 in 20, etc.

Oppure, trovare la legge di passaggio che permette poi di determinare l'immagine di 100

- utilizzare la relazione moltiplicare per 5 e aggiungere 7 (l'espressione funzionale f(x)=5x+7non è ovviamente attesa nelle categorie 5 e 6) per trovare la risposta attesa (507)

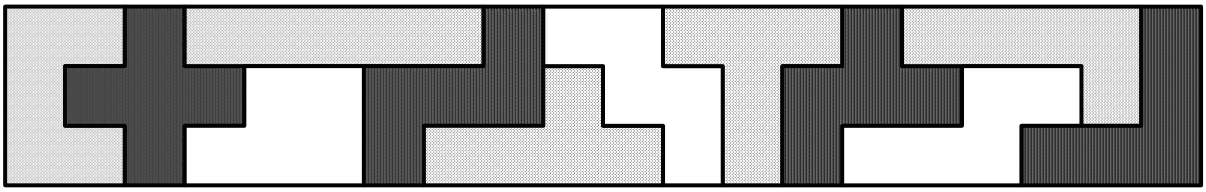
Oppure, senza costruire la successione, né passare per una procedura funzionale, rendersi conto che la 100ma figura avrà una lunghezza di 101 e calcolare i fiammiferi orizzontali: 3 x 101 e quelli verticali 2 x 102

Livello: 5 – 6 - 7

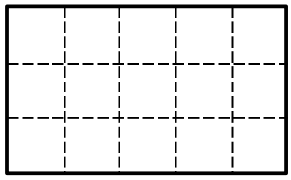
Origine : Suisse romande e incontro di Bourg-en-Bresse

10. CON I PENTAMINI (Cat. 5, 6, 7)

Un pentamino è una figura costruita con cinque quadrati uguali. Con i suoi dodici pentamini, tutti diversi e utilizzati ciascuno esattamente un volta, Enrico costruisce un rettangolo «3 x 20»:



Enrico gioca con i suoi 12 pentamini e vuole costruire un rettangolo «3 x 5». Prende un pentamino, ma si accorge che così non riuscirà a completare il rettangolo.



Quali sono i pentamini che Enrico non riuscirà mai ad usare?

Giustificate le vostre risposte.

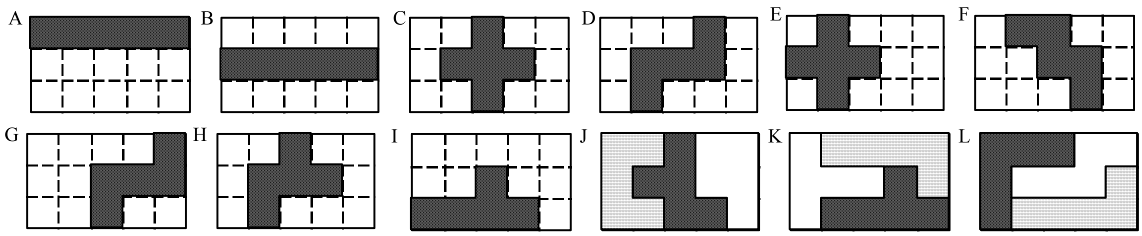
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica : organizzazione sistematica
- Geometria : osservazione critica di figure geometriche

Analisi del compito

- Osservare che certi pezzi possono occupare una, due o tre righe della griglia.
- Constatare che la «barra» della *figura* A, lascia libere due righe che possono essere completate solo con due pezzi uguali.
- Constatare che la posizione centrale di alcuni pentamini implicherebbe l'utilizzo dello stesso pentamino due volte per completare la griglia (vedere figure B, C e D).
- Osservare infine che certi pentamini suddividono la griglia in parti non ricopribili con pentamini rendendo così impossibile la costruzione del rettangolo. (vedere *figure* E, F, G, H)
- In base a queste osservazioni, verificare pezzo per pezzo se è possibile completare la griglia «3x5» con due pentamini differenti. Per esempio modificando la disposizione del pentamino da (H) a (J), si trova una soluzione, lo stesso se si passa da (I) a (K).
- Constatare che solamente, la «barra» (A, B), la «croce» (C, E), la «Z» (D, G) e la «W» (F) non possono essere utilizzate. Si trovano dei rettangoli di tre pentamini differenti con gli altri otto (per esempio J, K, L)



Livello: 5 - 6 - 7
Origine: Svizzera Romanda e incontro di Bourg-en-Bresse

11. I FUNGHI (Cat. 6, 7, 8, 9)

Mio zio e i suoi figli Anna, Bruno, Cecilia e Daniele
sono andati a cercare funghi e ne hanno raccolti 30 in tutto.

Tutti hanno raccolto almeno due funghi.
Anna e Cecilia hanno raccolto insieme meno di 8 funghi.
Anna non è quella che ha trovato il minor numero di funghi.
Il numero di funghi di Cecilia è un terzo del numero di funghi di Bruno.
Daniele ha raccolto da solo tanti funghi quanti quelli dello zio e di Anna insieme.

Quanti funghi può aver raccolto ciascuno?

Giustificate le vostre soluzioni.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione e moltiplicazione
- Algebra: gestione di equazioni di primo grado
- Logica: gestione di relazioni e condizioni e formulazione di ipotesi

Analisi del compito

- Cercare le possibili ripartizioni dei funghi raccolti da Anna e Cecilia; seguendo le indicazioni si ottengono le 5 possibilità :4 e 3; 5 e 2; 4 e 2; 3 e 2, 3 e 3
- Calcolare il numero corrispondente di funghi di Bruno nei cinque casi, poi la differenza tra il numero totale di funghi e la somma dei funghi raccolti da Anna, Cecilia e Bruno, cioè quelli dello zio e di Daniela insieme
- Calcolare infine i due ultimi numeri, a partire dalla somma nota: D + Z e dalla relazione data dall'enunciato: D = Z + A. Si può procedere per tentativi successivi o con un ragionamento aritmetico con sostituzione, corrispondente ad una procedura algebrica. (Per esempio, sostituendo Z + A a D nell'espressione nota D + Z, si ottiene 2 x Z + A, poi togliendo A si arriva a 2 x Z

  I risultati possono essere organizzati in una tabella, per esempio:

Anna	Cecilia	Bruno	A+B+C	D + Z	Daniele	Zio
5	**2**	**6**	13	17	**11**	**6**
4	**3**	**9**	16	14	**9**	**5**
4	**2**	**6**	12	18	**11**	**7**
3	3	9	15	15	9	6
3	**2**	**6**	11	19	**11**	**8**

- Il controllo della condizione « Anna non è quella che ha trovato il minor numero di funghi» elimina la quarta ipotesi e restano solo le soluzioni, rimesse in ordine A, B, C, D, Z : (5, 6, 2, 11, 6) ; (4, 9, 3, 9, 5) ; (4, 6, 2, 11, 7) ; (3, 6, 2, 11, 8)

Livello: 6 - 7 - 8 - 9

Origine: Svizzera romanda e incontro Bourg-en.Bresse

12. I BISCOTTI DI EMILIA (Cat. 6, 7, 8, 9)

Emilia ha confezionato dei piccoli biscotti, un numero compreso tra 300 e500.

Pensa come può sistemarli in più sacchetti contenenti lo stesso numero di biscotti :

- se mette 9 biscotti per sacchetto, ne avanzano 5,
- se mette 8 biscotti per sacchetto, ne avanzano 7,
- se mette 12 biscotti per sacchetto, ne avanzano 11,
- se mette 16 biscotti per sacchetto, ne avanzano 15.

Quanti biscotti ha fatto Emilia?

Spiegate come avete trovato il numero.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica : multipli, multipli comuni, addizione

Analisi del compito

- Comprendere che per ciascuna condizione si ha una infinità di numeri possibili, ottenuti partendo dai multipli di 9, 8, 12, e 16 e addizionando rispettivamente, 5, 7, 11 e 15.
- Stabilire le quattro liste di numeri ed eventualmente sottolineare gli elementi comuni a due o più liste con colori diversi:

  multipli di 8 con l'aggiunta di 7 : 7,15, **23**, 31, 39, **47**, 55, 63, 71, 79, 87, **95**, 103, 111, 119, 127, 135, **143**, 151, 159, **167**, …

  multipli di 9 con l'aggiunta di 5 : 5, 14, **23**, 32, 41, 50, 59, 68, 77, 86, **95**, 104, 113, 122, 131, 140, 149, 158, **167**, 176, ….

  multipli di 12 con l'aggiunta di 11 : 11, **23**, 35, **47**, 59, 71, 83, **95**, 107, 119, 131, **143**, 155, **167**, 179…..

  multipli di 16 con l'aggiunta di 15 : 15, 31, **47**, 63, 79, **95**, 111, 127, **143**, 159, 175, 191, …

  Constatare che 95 è il primo elemento comune alle quattro sequenze e vedere altre regolarità come negli elementi comuni alle prime tre liste: 23, 95, 167, … il cui intervallo è 72 (m.c.m di 8, 9, 12), o come negli elementi comuni alle sequenze di "8", "12" e "16" : 47, 95, 143, … il cui intervallo è 48 (m.c.m di 8, 12 e 16), etc. e seguendo questo tipo di ragionamento arrivare al numero 383.

  O applicare direttamente il procedimento per calcolare il m.c.m di 8, 9, 12, 16, che è 144, poi stabilire la lista dei multipli di 144 ai quali si aggiunge 95: 95, 239, 383, 527; scegliere 383, che è tra 300 e500.

  Oppure rendersi conto che x+1 è multiplo di 8-12-16 cioè di 48. Cercare tra i multipli di 48 compresi tra 300 e 500 (336, 384, 432, 480) quello che diminuito di 1 e diviso per 9 dà resto 5 (335:9=37 r=2, 383:9=42 r=5, 431:9=47 r=8, 479:9=53 r=2) e trovare così 383.

Livello : 6 - 7 - 8 - 9

Origine : Svizzera romanda e incontro di Bourg-en-Bresse

13. I «BIPALINDROMI» (Cat. 7, 8, 9)

Nel paese dei Bipalindromi, tutte le targhe delle macchine hanno un numero di sei cifre diverse da 0 e ogni numero è formato con due palindromi di tre cifre.

Un palindromo è un numero o una parola che, letto da destra a sinistra, o da sinistra a destra, non cambia, come ad esempio 121.

Ecco alcune delle targhe di macchine del paese dei Bipalindromi

121 787 o 444 242 o 676 141 o 111 111

Invece, 131 456 non va bene perché il secondo gruppo di tre cifre non è un palindromo. E anche 303 565 non va bene perché il primo palindromo contiene la cifra 0 che non è autorizzata nel paese dei Bipalindromi.

Quante targhe differenti si possono avere al massimo in questo paese?

Spiegate la vostra procedura.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: organizzazione sistematica di numeri di sei cifre rispondenti a determinati vincoli

Analisi del compito

- Tener conto di tutti i vincoli del problema: palindromi, bipalindromi, assenza della cifra 0
- Organizzare la ricerca di tutte le possibili targhe:
  ad esempio, partire da 111 111, continuando con 111 121, 111 131, 111 141 … 111 191, (9 targhe), poi 111 212, 111 222, … fino a 111 292 (di nuovo 9 targhe), poi fino a 111 999, e si arriva ad un totale di 81 targhe che cominciano con 111.
- Capire che poiché ogni palindromo della seconda parte del bipalindromo può figurare anche come prima parte del bipalindromo, ci saranno: 81x 81= 6561 targhe differenti.
- oppure utilizzare dei dispositivi grafici o dei modelli, come ad esempio, dei «contatori»:

…	1	…

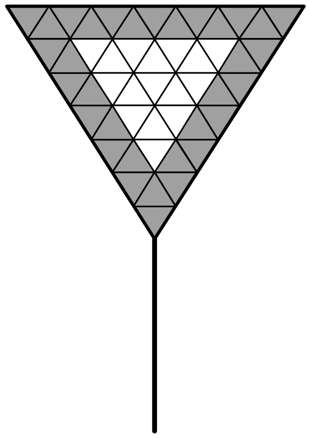
1	….	1

  l’1 è fisso nella casella centrale del primo contatore e le cifre cambiano da 1 a 9 nelle altre caselle, cosa che porta a 81 possibilità, oppure l’1 è fisso nelle caselle «esterne» del secondo e le cifre variano da 1 a 9 nella casella centrale, cosa che porta ancora a 81 possibilità e pertanto si hanno 81x 81= 6561 combinazioni dei due contatori.

Livello: 7 - 8 - 9

Origine : Suisse romande e incontro di Bourg-en-Bresse

14. CHE CARTELLO STRANO! (Cat. 7, 8, 9)



Questo cartello triangolare «date la precedenza!» è formato da triangolini equilateri, tutti isometrici.

16 di questi formano un triangolo interno e gli altri 33 costituiscono il bordo esterno a tale triangolo.

È possibile fabbricare un altro pannello triangolare, di grandezza diversa ma per il quale il bordo, sempre della stessa larghezza, abbia lo stesso numero di triangolini del triangolo interno?

Spiegate la procedura che avete seguito e giustificate la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: successioni, progressioni aritmetiche
- Algebra: ricerca di funzioni, confronto di funzioni, eventualmente risoluzione di equazioni.

Analisi del compito

- Capire che cosa si intende per "bordo" e per "triangolo interno" verificando i dati: 16 e 33 triangolini
- Disegnare altre figure, constatare eventualmente che la misura del lato del triangolo interno è sempre di 3 di meno di quella del triangolo grande
- Rilevare le dimensioni e le aree corrispondenti dei due triangoli e del bordo, per esempio:

misura del lato del triangolo grande:	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
misura del lato del triangolo interno:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
area del triangolo grande:	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
area del triangolo interno (I):	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
area del bordo (B): 9	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63

e eventualmente aggiungere una riga per la differenza tra l'area del bordo e quella del triangolo interno:

differenza B – I 9	9	14	17	18	17	14	9	2	-7	-21

- L'osservazione delle ultime righe porta alla conclusione: non ci sono valori che permettono di ottenere un cartello che risponde alle condizioni date. Per un triangolo interno di lato 7, I e B hanno i valori più vicini (49 e 51), oltre, è I che diventa maggiore (funzione «elevare al quadrato») di B (funzione «moltiplicare per 6 e aggiungere 9 »).

Oppure:

- Con un ragionamento algebrico, mostrare che, se le aree I e B fossero uguali, per il fatto che le aree dei triangoli espresse in triangolini sono dei numeri al quadrato, si avrebbe un'equazione del tipo $2n^2 = m^2$, o $m = n\sqrt{2}$. Saremmo in presenza di una contraddizione in quanto $\sqrt{2}$ è irrazionale e m ed n dovrebbero essere dei numeri naturali. Questo ragionamento permette di affermare che non ci sono soluzioni, anche per bordi più larghi.

Livello: 7 - 8 - 9

Origine : Svizzera romanda e incontro di Bourg-en-Bresse

15. IL TOPOLINO (Cat. 7, 8, 9)

Un piccolo burlone ha messo di nascosto un topolino nella tasca della giacca dell'insegnante.

Presto si scopre che il colpevole che ha giocato il brutto scherzo è uno dei tre seguenti allievi : Claudio, Marco o Pedro.

Claudio dice: «Non sono stato io.»

Marco sostiene: «È stato Pedro.»

Pedro protesta: «È stato Claudio.»

Sapendo che uno solo dice la verità e che due di loro mentono, aiutate l'investigatore a portare avanti l'indagine per trovare chi mente e chi potrebbe essere il colpevole.

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI :

Ambito concettuale

- Logica

Analisi del compito

- Stendere una lista delle differenti possibilità :

Possibiltà A :

Claudio dice la verità	(a_1)	Marco o Pedro è colpevole
Marco mente	(a_2)	Pedro non è colpevole
Pedro mente	(a_3)	Claudio non è colpevole

Marco sarà il colpevole

Possibilità B :

Claudio mente	(b_1)	Claudio è colpevole
Marco dice la verità	(b_2)	Pedro è colpevole
Pedro mente	(b_3)	Claudio non è colpevole

Questa possibilità è da escludere perché b_1 contraddice b_2 e b_1 contraddice b_3

Possibilità C :

Claudio mente	(c_1)	Claudio è colpevole
Marco mente	(c_2)	Claudio o Marco è colpevole
Pedro dice la verità	(c_3)	Claudio è colpevole

Claudio sarà il colpevole.

- Dedurre che la sola certezza è che Marco mente e Pedro non può essere colpevole. Senza altre informazioni non si può sapere se è stato Claudio o Marco a giocare il brutto tiro.

Livello: 7 – 8 - 9

Origine: Lussemburgo

16. GITA AL MARE (Cat. 8, 9)

Per compiere il percorso tra Dublino e Kinsale, una ridente cittadina in riva al mare, gli autobus impiegano un'ora. Allo scoccare di ogni ora ne parte uno da Dublino per Kinsale e contemporaneamente uno da Kinsale per Dublino.

Aldo, che si trova alla stazione di Dublino, visto che l'autobus è pieno, parte a piedi verso Kinsale nello stesso momento in cui parte l'autobus. Dopo 50 minuti di cammino incrocia l'autobus che proviene da Kinsale.

Quanto tempo dovrà ancora camminare Aldo prima che il prossimo autobus che proviene da Dublino lo raggiunga e lui possa eventualmente salire?

Trovate la soluzione e spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: frazioni
- Algebra: equazioni

Analisi del compito

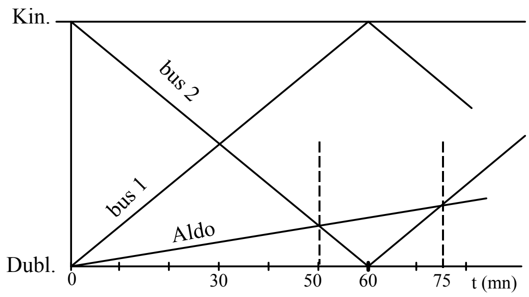
- Capire che il percorso compiuto da Aldo in 50 minuti sarà coperto dall'autobus nei 10 minuti che restano al compimento della prima ora, cosa che porta a dire che la velocità dell'autobus vale 5 volte quella di Aldo o che, per una medesima durata, egli riesce a percorrere 1/5 di ciò che percorre l'autobus.

  Si può anche risolvere l'equazione $50 (v + a) = 60a$ dove v ed a sono le velocità rispettive di Aldo e dell'autobus per trovare che $a = 5v$.
- Ecco una soluzione che si serve di uno schema per tentativi successivi:

  D E F G H I J K

  |——|——|——|——|——|——|——|—|—|—|——|——|——……. ———|

  Dopo 50 minuti di marcia, Aldo incontra l'autobus proveniente da Kinsale (che ha anch'esso viaggiato per 50 minuti) nel punto E e quando quest'ultimo arriva a Dublino (punto D) Aldo è nel punto F, avendo percorso 1/5 di DE, che corrisponde a EF e ad una durata di 10 minuti. Poi, quando l'autobus riparte da Dublino arriva al punto E, Aldo si trova in G, avendo percorso ancora 1/5 di DE in 10 (nuovi) minuti. Se Aldo camminasse ancora 10 minuti, sarebbe in I e l'autobus in J, dopo averlo sorpassato. Ma se Aldo cammina ancora 5 minuti dopo G, si troverà in H, a metà del tragitto GI, anche l'autobus si troverà in H, a metà del tragitto EJ. Quest'ultima ipotesi porta alla soluzione: è questo il momento in cui l'autobus raggiunge Aldo, 25 minuti dopo che Aldo aveva incrociato il primo autobus.
- Ecco una risoluzione grafica con gli spostamenti degli autobus e di Aldo e la determinazione dei punti d'intersezione (Aldo – bus2) con un disegno preciso. (Questa procedura richiede una buona gestione delle rappresentazioni della funzione t—> d e in particolare la conoscenza del fatto che le velocità corrispondono alla pendenza delle rette).



- Una soluzione algebrica necessita di una buona scelta dell'incognita e la conoscenza, anche solo a livello intuitivo, della relazione tra velocità, distanza e tempo: $v = d/t$:

  Aldo dopo x minuti, dalla sua partenza da Dublino, alla velocità v, avrà percorso in totale una distanza di xv km.

  durante lo stesso intervallo di tempo x, l'autobus, alla velocità $5v$, avrà percorso dalla sua partenza da Kinsale la distanza $5vx$, che comprende il percorso Kinsale-Dublino (60 minuti alla velocità $5v$, cioè $60 (5v)$) e il percorso di Aldo.

  si arriverà dunque alla relazione: distanza percorsa dall'autobus = distanza K-D + distanza percorsa da Aldo, tradotta nell'equazione $5vx = 60 (5v) + xv$, dopo una semplificazione per v, l'equazione diventa: $5x = 300 + 4x$, la cui soluzione è 75. Bisogna togliere 50 minuti per avere la soluzione.

Ecco una soluzione mista con tabella e considerazioni algebriche: una volta stabilito che la velocità di Aldo è 1/5 di quella dell'autobus, si può dire che Aldo impiega 300 minuti per percorrere il tragitto. Perciò, dividendo il tragitto in 300 unità *u*, si può dire che in 1 minuto Aldo percorre 1 *u,* e l'autobus ne percorre 5. Perciò, quando l'autobus riparte da Dublino, Aldo si trova nel punto 60 *u*.

Partendo da questo presupposto il problema può essere risolto o per tentativi, magari con una tabella di questo tipo:

	distanza da Dublino in *u*	
	Di Aldo	Dell'autobus
dopo 60 minuti	60	0
dopo 70 minuti	70	50
dopo 71 minuti	71	55
dopo 72 minuti	72	60
dopo 73 minuti	73	65
dopo 74 minuti	74	70
dopo 75 minuti	75	75

dalla quale si deduce la soluzione corretta: 25 minuti

Oppure si possono impostare delle equazioni: dalla tabella, uguagliando le due distanze da Dublino, si hanno:

la distanza di Aldo dopo che l'autobus è ripartito da Dublino che è uguale a $60 + x$

la distanza dell'autobus dopo che è ripartito da Dublino che è uguale a $5\,x$

$60 + x = 5x$

$x = 15$

ma anche, senza passare per la tabella, in considerazione del fatto che, posta d la distanza da Dublino a Kinsale, l'autobus percorre in un minuto una distanza pari a $d/60$, mentre Aldo ne percorre $d\,/300$. Posto x il numero di minuti di viaggio, si ha che si incontrano quando

$d + d\,/60\; x = d\,/\,300\; x$

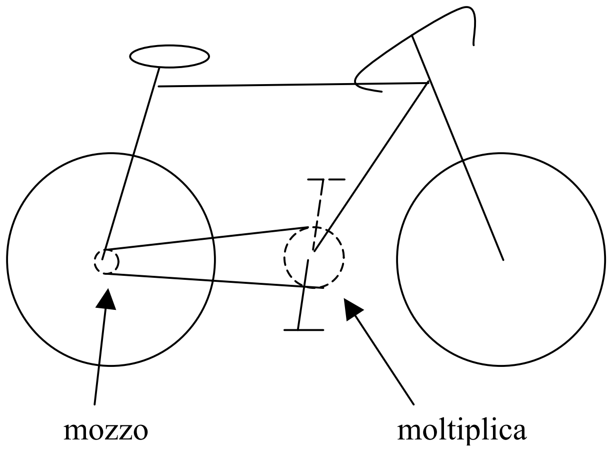
$x = 75$

Livello: 8 - 9

Origine: Riva del Garda

17. LA BICICLETTA CON IL CAMBIO (Cat. 8, 9)

Quando non piove, Luigi va a scuola con la sua bella bicicletta col cambio.



(il rapporto tra il numero dei denti alla moltiplica e quello dei denti al mozzo dà il numero di giri che la ruota compie ad ogni pedalata)

All'andata, per non fare tardi, usa un rapporto veloce: 55 denti alla moltiplica e 11 denti al mozzo, mentre al ritorno, essendo più stanco, usa un rapporto più lento: 42 denti alla moltiplica e 14 denti al mozzo.

All'andata gli occorrono 100 pedalate, mentre al ritorno, dopo 100 pedalate, gli mancano ancora 400 metri per arrivare a casa.

Quanto dista da scuola la casa di Luigi?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

– Aritmetica: frazioni, rapporti
- Misura: velocità, distanza

Analisi del compito

- Considerare che 55/11=5 e 42/14=3 e che quindi con una pedalata al ritorno compie i 3/5 di percorso rispetto all'andata. Allora, con lo stesso numero di pedalate, compie i 3/5 del percorso. I 400 metri costituiscono allora i 2/5 del percorso, che risulta così essere **1 chilometro**. Questa soluzione non usa il numero 100, che è superfluo per questo tipo di ragionamento.

Oppure:

- Considerare che con le 100 pedalate dell'andata la ruota compie (55/11)x100=500 giri, che costituiscono l'intero percorso. Con 100 pedalate con il rapporto del ritorno la ruota compie (42/14)x100=300 giri. I 400 metri mancanti richiedono quindi 200 giri di ruota: 2 metri a giro di ruota per un totale di 2x500=**1000 (metri)** di percorso.

Livello: 8 - 9

Origine: Siena

18. ALLA RICERCA DEL RETTANGOLO (Cat. 9)

Si vuole disegnare un rettangolo, con un lato di 12 cm, che può essere ricoperto completamente con 24 trapezi rettangoli identici.

Le misure, in centimetri, di ciascun lato di ogni trapezio sono numeri interi tutti diversi fra loro ed il perimetro di ogni trapezio è di 16 cm.

Quanto misura l'altro lato del rettangolo?
Disegnate il rettangolo con i trapezi che lo ricoprono.

Spiegate il ragionamento che avete fatto.

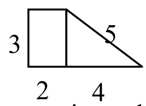
ANALISI A PRIORI

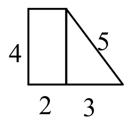
Ambito concettuale

- Geometria: rettangolo, trapezio rettangolo, pavimentazione, perimetro ed area, teorema di Pitagora
- Aritmetica: scomposizione di un numero come somma o prodotto di numeri; terne pitagoriche

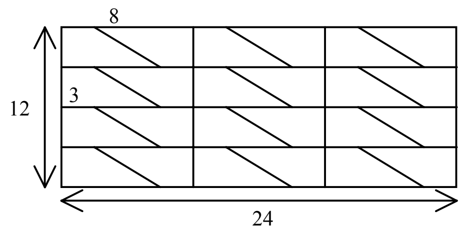
Analisi del compito

- Capire che occorre individuare com'è fatto il trapezio rettangolo per risalire al rettangolo
- Osservare che un trapezio rettangolo è sempre scomponibile in un rettangolo ed in un triangolo rettangolo. Poiché i lati del trapezio hanno misure date da numeri interi e il perimetro è di 16 cm, dedurre che le misure dei lati del triangolo rettangolo devono necessariamente essere espresse dalla "più piccola" terna pitagorica: 3, 4, 5. (le successive: 6, 8, 10 , 9, 12, 15 oppure 5, 12, 13 portano ad una somma maggiore di 16).
- Determinare la base minore del trapezio: a partire dal perimetro del triangolo, 3 + 4 + 5 = 12, constatare che bisogna completare la figura con un rettangolo di 2 cm di larghezza per ottenere un trapezio di perimetro 16 cm. Concludere che si hanno due possibili trapezi: (misure: 2 ; 3 ; 6 ; 5 e 2 ; 4 ; 5 ; 5) e che bisogna eliminare il secondo perché le misure dei lati del trapezio devono essere differenti:

  trapezio da conservare 

  trapezio da eliminare : 

- Osservare che, unendo due trapezi uguali lungo il loro lato obliquo, si ottiene un rettangolo di dimensioni 3 x 8
- A partire dal segmento di 12 cm, cominciare a disporre trapezi rettangoli dello stesso tipo (si può lavorare anche con rettangoli unione di due trapezi) e verificare che c'è una sola disposizione, nella quale le basi sono perpendicolari ai segmenti di 12 cm: dedurne che il rettangolo che contiene i 24 trapezi ha una lunghezza di 24 cm.



Livello: 9
Origine: Siena