

Relazione di Tirocinio

Settimana Matematica - Laboratorio n°8

I NUMERI TRANSFINITI

DI: ELENA PERRONE

La mia attività di tirocinio si è svolta durante la Settimana Matematica che si è tenuta a Pisa il 5-6-7 febbraio 2007; al suo interno si sono articolati più laboratori che hanno approfondito svariati argomenti matematici, curiosi e stimolanti.

La mia scelta, però, è ricaduta sul laboratorio n°8 dal titolo “I numeri transfiniti”. Da premettere che tale argomento mi ha sempre interessato, a tal punto che anche nella mia tesi di laurea ho affrontato la nascita della Teoria degli Insiemi di Cantor e la sua costruzione dei numeri transfiniti.

Il professor Berarducci, che ha organizzato il laboratorio, ha deciso di iniziare la sua trattazione partendo dal confronto tra insiemi finiti, per poi passare agli insiemi infiniti e alla costruzione di corrispondenze biunivoche tra essi. In modo particolare, si è posta l’attenzione sugli insiemi numerici \mathbb{N} , \mathbb{Z} e \mathbb{Q} e si è definita \aleph_0 (Aleph con zero) la cardinalità di \mathbb{N} .

Con dimostrazioni rigorose si è potuto affermare che gli insiemi \mathbb{Z} e \mathbb{Q} hanno la stessa cardinalità di \mathbb{N} , mentre \mathbb{R} risulta avere una cardinalità diversa, detta “potenza del continuo”.

Mediante il Teorema Fondamentale di Cantor si è dimostrato che $2^{\aleph_0} \neq \aleph_0$; in più, attraverso la dimostrazione della disuguaglianza $2^{\aleph_0} \leq |\mathbb{R}|$ e della disuguaglianza opposta, si è giunti ad affermare che $2^{\aleph_0} = |\mathbb{R}|$.

Questo è solo un riassunto schematico della trattazione del laboratorio; in realtà, gli argomenti affrontati sono stati numerosi ed hanno spaziato dalla geometria, all’algebra, all’analisi.

L’impegno richiesto ai ragazzi è stato notevole ed ha riguardato soprattutto la loro capacità di concentrazione e di astrazione.

Dopo le lezioni vi erano degli spazi dedicati alle esercitazioni, svolte dal prof. Di Nasso. Le tracce degli esercizi, fornite dallo stesso professore, riguardavano

alcuni punti toccati durante lo svolgimento del laboratorio; i ragazzi hanno partecipato a queste esercitazioni dal loro posto, intervenendo nella risoluzione alla lavagna e proponendo delle strategie personali di risoluzione.

Purtroppo non ho potuto raccogliere alcun tipo di materiale prodotto dai partecipanti, dal momento che non si sono svolte delle attività particolari: le uniche cose che rimanevano loro alla fine delle ore di laboratorio erano gli appunti della lezione, che hanno potuto integrare con le dispense fornite dal prof. Berarducci.

Sono rimasta molto colpita dall'interesse con cui tutti i ragazzi hanno partecipato al corso. Alcuni di loro hanno dimostrato di possedere un grado di preparazione in matematica inusuale per la loro giovane età ed hanno sempre fatto interventi pertinenti e risposto al docente con prontezza.

Dal questionario che è stato loro somministrato durante la Settimana Matematica è risultato che, nonostante l'impegno richiesto, il laboratorio n°8 ha ottenuto una promozione a pieni voti dai ragazzi. Tuttavia, alcuni di loro hanno lamentato il fatto di non possedere una preparazione del tutto adeguata e sufficiente per la piena comprensione degli argomenti trattati durante le lezioni del laboratorio.

La totalità dei partecipanti ha evidenziato la forte presenza di spiegazioni teoriche e la scarsità di lavori di gruppo, che forse, se svolti durante il laboratorio, avrebbe alleggerito il carico nozionistico del corso.

Tuttavia, questo non sembra essersi rivelato un disagio: i ragazzi, infatti, hanno apprezzato sia le modalità di svolgimento che i contenuti del laboratorio.

Non avendo avuto alcun modo di interagire con i partecipanti e di raccogliere il materiale prodotto da essi, alla fine dell'ultima lezione ho deciso di consegnare loro un foglio con delle domande alle quali avrebbero potuto rispondermi mediante posta elettronica.

Le domande che ho posto sono state le seguenti:

1. Sei stato soddisfatto dall'organizzazione del corso?
2. Che cosa avresti modificato nel suo svolgimento? Che cosa ti è piaciuto in modo particolare?
3. Hai trovato difficoltà? Se sì, quali?
4. Come mai hai deciso di seguire questo corso?

Solo 4 dei 16 partecipanti al laboratorio mi hanno inviato le loro risposte: essi hanno confermato di essere rimasti molto soddisfatti dell'organizzazione della Settimana Matematica ed in particolare del laboratorio del prof. Berarducci: le difficoltà che hanno incontrato si sono appianate grazie al fascicoletto fornito dal professore, mediante il quale hanno chiarito molti dei passaggi rimasti incerti nel corso delle lezioni. Due di loro hanno scelto il laboratorio n°8 perché non avevano assolutamente idea di che cosa fossero i numeri transfiniti; gli altri due, invece, ne avevano già sentito parlare e volevano approfittarne per saperne qualcosa di più.

Uno dei ragazzi ha affermato di essere rimasto colpito dalla grande disponibilità dimostrata dal professore nel fornire le dovute spiegazioni a tutti coloro che presentavano dei dubbi. Alla domanda *Che cosa ti è piaciuto in modo particolare?* ha infatti risposto:

“Il fatto che i professori ci aiutassero a capire le cose, e rispondessero alle nostre domande ripetendo quanto appena detto e aggiungendo altri dettagli.”

In conclusione, il laboratorio sui numeri transfiniti è stata per tutti una bella esperienza da rifare; ha invogliato molti giovani ad uno studio più approfondito della matematica, dando loro un'idea di quanto essa sia affascinante ed appassionante.