OLIMPIADI DI FISICA 2007

9 Febbraio 2007

Gara di 2° Livello – SOLUZIONE dei QUESITI

Quesito n.1

Per la lancetta dei minuti si ha $v = \omega r$ con $\omega = 2\pi\,\mathrm{rad/h}$ mentre per la lancetta delle ore si ha $v/18 = \omega' r'$ con $\omega' = 4\pi\,\mathrm{rad/d}$ ("h" e "d" sono rispettivamente i simboli delle unità "ora" e "giorno"). Sostituendo v si ottiene

$$\omega' r' = \frac{\omega r}{18} \quad \Rightarrow \quad r' = \frac{1}{18}\frac{\omega}{\omega'} r = 16\,\mathrm{cm}$$

Soluzione alternativa: La velocità della punta di una lancetta è $v = \omega r$. La lancetta delle ore fa un giro mentre quella dei minuti ne fa 12. La velocità si riduce di un fattore 18, quindi il raggio dev'essere minore di un fattore $18/12 = 1.5$. Quindi la lancetta delle ore è di $24\,\mathrm{cm}/1.5 = 16\,\mathrm{cm}$.

Quesito n.2

Per la prima miscela si ha

$$d_1 = \frac{m_1 + m_2}{2V} = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1}{V} + \frac{m_2}{V}\right) = \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2) = 0.895\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$$

Per la seconda invece si ha

$$d_2 = \frac{2m}{V_1 + V_2} = \frac{2m}{m/\delta_1 + m/\delta_2} = \frac{2\delta_2\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} = 0.882\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$$

Soluzione alternativa: La quantità di acqua è la stessa nelle due miscele. Poiché la densità dell'alcool è minore di $1\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$, la quantità di alcool è minore nella prima miscela, e quindi la densità è maggiore nella prima miscela.

NOTA: Se si fosse tenuto conto della variazione di volume nella miscela acqua-alcool si sarebbero trovati rispettivamente i valori: $0.927\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ *e* $0.914\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$.

Quesito n.3

Dall'equazione di stato dei gas perfetti $n_\mathrm{i} = \dfrac{P_\mathrm{i} V_\mathrm{i}}{R T_\mathrm{i}}$ e $n_\mathrm{f} = \dfrac{P_\mathrm{f} V_\mathrm{f}}{R T_\mathrm{f}}$ con $P_\mathrm{f} = 0.7\,P_\mathrm{i}$ e $V_\mathrm{f} = V_\mathrm{i}$, da cui

$$\frac{n_\mathrm{f}}{n_\mathrm{i}} = \frac{P_\mathrm{f}}{P_\mathrm{i}}\frac{V_\mathrm{f}}{V_\mathrm{i}}\frac{R T_\mathrm{i}}{R T_\mathrm{f}} = 0.7\,\frac{291\,\mathrm{K}}{298\,\mathrm{K}} = 0.684 \quad \text{pari al} \quad 68.4\,\%$$

Ne è stato utilizzato quindi il $31.6\,\%$.

Quesito n.4

Per un gas perfetto monoatomico si ha

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} p \Delta V \quad \Rightarrow \quad \mathcal{L} = \int p\,dV = p\,\Delta V = \frac{2}{3}\Delta U = 4\,\mathrm{kJ}$$

Per il primo principio della termodinamica si ha $Q = \Delta U + \mathcal{L} = 10\,\mathrm{kJ}$.

Quesito n.5

In direzione orizzontale la particella percorre il tratto $d/2$ nel tempo t: $d/2 = {}^1\!/_2\, at^2$ con $a = q\,V/(m\,d)$. Nello stesso tempo percorre in verticale un tratto y

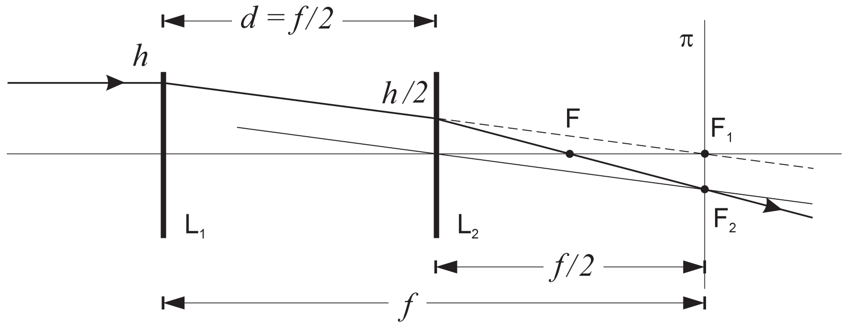
$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\frac{g}{a}d \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{2}\frac{mgd^2}{qV} = 4.9\,\mathrm{cm}$$

Soluzione alternativa: Poiché la particella si muove in due campi uniformi (gravità e campo e.s.) la forza risultante è la stessa in ogni punto, avendo componenti $\vec{F}_\mathrm{e} = q\vec{E} = qV/d\,\hat{\imath}$ in orizzontale e $\vec{F}_\mathrm{g} = mg\,\hat{\jmath}$ in verticale (essendo $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$ i rispettivi versori). La particella si muoverà quindi lungo una traiettoria rettilinea orientata come la forza e la distanza y del punto di uscita si potrà determinare dalla proporzione

$$y : (d/2) = F_\mathrm{g} : F_\mathrm{e} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{d\,F_\mathrm{g}}{2F_\mathrm{e}} = \frac{d\,mg}{2qV/d} = \frac{1}{2}\frac{mgd^2}{qV}$$

Quesito n.6

L'immagine della sorgente è nel punto dell'asse ottico dove convergono i raggi che entrano nel sistema parallelamente all'asse ottico. Un raggio che incide sulla prima lente a distanza h dall'asse viene deviato verso il fuoco F_1 della prima lente e intercetta la seconda lente a distanza $h/2$. Per capire poi come si propaga in uscita dalla seconda lente basta considerare che se ci fosse un altro raggio parallelo a questo e passante per il centro della lente, i due raggi convergerebbero nel punto F_2 del piano focale π a distanza $h/2$ da F_1. Il primo raggio (quello che proviene realmente dalla sorgente) interseca dunque l'asse ottico nel punto F a metà tra la seconda lente e il piano focale.



Questo deve valere per qualunque valore di h e poiché il sistema è simmetrico rispetto all'asse ottico la focalizzazione della sorgente avviene proprio nel punto F che rappresenta quindi l'immagine della sorgente all'infinito; la distanza richiesta è $f/4 = 4\,\mathrm{cm}$.

La soluzione analitica richiede di applicare due volte l'equazione dei punti coniugati

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}\,.$$

Per la prima lente questa dice semplicemente che l'immagine è nel fuoco F_1; tale immagine deve poi essere considerata come sorgente per la seconda lente, sorgente *virtuale* in questo caso, trovandosi al di là della seconda lente nel verso di propagazione della luce, e dunque $p = -f/2$. Ne segue che

$$\frac{1}{-f/2} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f/2} \quad \Rightarrow \quad q = f/4$$

Quesito n.7

La massa dell'isotopo radioattivo assorbita dalla tiroide vale $m = 4 \times 10^{-11}\,\mathrm{g}$.

Dalla legge del decadimento radioattivo, dato un numero iniziale $N(0) = N_0$ di atomi, dopo un tempo t ne saranno rimasti $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$, dove λ è la costante di decadimento. Indicando con T il tempo di dimezzamento, si ha che

$$N_0\, e^{-\lambda T} = N_0/2 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \ln 2/T$$

Di conseguenza dopo 4 giorni, pari al tempo $T/2$, gli atomi di iodio rimasti nella tiroide si sono ridotti a

$$N(T/2) = N_0\, e^{-(\ln 2/T)(T/2)} = N_0/\sqrt{2}$$

In proporzione la massa di iodio rimasto è data da $m(T/2) = m(0)/\sqrt{2} = 2.83 \times 10^{-11}\,\mathrm{g}$

Quesito n.8

Basta considerare che la superficie rappresenta la faccia di un cubo al cui centro sta la lampada; per simmetria il flusso luminoso attraverso la superficie è $1/6$ del totale; dunque

$$U = W\,\Delta t/6 = 60\,\mathrm{kJ}$$

Quesito n.9

Poiché si trascurano i tempi di accelerazione, si deve assumere che le velocità delle due sferette siano costanti e che siano anche uguali tra loro, dal momento che i tempi di transito per compiere uno stesso percorso sono gli stessi.

Se i moti sono uniformi è nulla la risultante delle forze applicate ovvero la somma del peso, della spinta idrostatica (di Archimede) e dell'attrito idrodinamico che dipende, oltre che dalla velocità, solo dalle caratteristiche del fluido (densità e viscosità) e dalla geometria (forma e dimensioni) dell'oggetto in moto

$$\vec{P} + \vec{F}_\mathrm{A} + \vec{F}_\mathrm{a} = 0 \quad \text{con} \quad P = mg = \rho\tau\, g \quad \text{e} \quad F_\mathrm{A} = \rho_0\, V\, g$$

essendo V il volume di ogni sferetta, ρ la sua densità e ρ_0 quella del liquido.

Nel nostro caso il volume delle due sferette è lo stesso e anche l'attrito; dunque si ha

$$(\rho_1 - \rho_0)\, V\, g = (\rho_0 - \rho_2)\, V\, g \quad \Rightarrow \quad \rho_0 = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2)$$

Quesito n.10

L'altezza α del Sole sull'orizzonte è data da $\mathrm{tg}\,\alpha = h/d$ essendo h la mia altezza e d la lunghezza dell'ombra, pari a n passi, cioè $d = np$. Se il Sole è basso sull'orizzonte si può approssimare

$$\alpha \approx h/d = h/(np) = \eta/n \quad \text{con} \quad \eta = h/p$$

La mia altezza è $h \approx 175\,\mathrm{cm}$ e la lunghezza del mio passo $p \approx 65\,\mathrm{cm}$; ne deriva $\eta = h/p \approx 2.7$ da cui

$$\alpha \approx 2.7/12 \approx 0.23 \quad \text{pari a circa} \quad 13^\circ$$

NOTA: Naturalmente i dati assoluti cambiano da individuo a individuo ma i rapporti dovrebbero avere un intervallo di variabilità molto più contenuto; in ogni caso i correttori accetteranno qualunque ragionevole valore di η purché sia esplicitato e il risultato finale sia coerente con esso.

OLIMPIADI DI FISICA 2007

9 Febbraio 2007

Gara di 2° Livello – SOLUZIONE dei PROBLEMI

PROBLEMA n. 1 – Due sorgenti sonore.

Quesito n. 1.

Poiché le due sorgenti sono in fase, lo sfasamento $\Delta\Phi$, con cui le onde arrivano nel punto P è solo quello introdotto dalla differenza di cammino:

$$\Delta\Phi = k\,\Delta r = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r = \frac{2\pi\,\nu}{v}\Delta r = 3\pi\,\mathrm{rad}$$

Le onde arrivano in P in opposizione di fase: in P avremo quindi un minimo. Per la precisione si tratta del minimo del secondo ordine (quello del primo ordine si ha per $\Delta\Phi = \pi\,\mathrm{rad}$).

Quesito n. 2.

L'intensità delle onde è direttamente proporzionale al quadrato dell'ampiezza, e dato che la potenza delle due sorgenti è la stessa, avremo:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}$$

Poiché l'intensità, nelle onde in tre dimensioni, è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla sorgente, risulta:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Dalle formule precedenti si ricava immediatamente:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad \Rightarrow \quad A_1 = \frac{r_2}{r_1}\,A_2 = 1.5\,A_2$$

Quesito n. 3.

In P le onde arrivano in opposizione di fase, dunque l'ampiezza dell'onda risultante sarà pari al valore assoluto della differenza delle ampiezze:

$$A_{\mathrm{ris}} = |A_2 - A_1| = 0.5\,A_2$$

Quesito n. 4.

Se si spegnesse S_2, l'ampiezza diventerebbe $A_1 = 1.5\,A_2$, e dunque triplicherebbe. L'intensità diventerebbe nove volte più grande e cioè $A_1 = 1.8 \times 10^{-5}\,\mathrm{W\,m^{-2}}$.

PROBLEMA n. 2 – Una bilancetta.

Quesito n. 1.

L'equilibrio della massa M impone che la tensione del filo sia uguale al suo peso: $T = Mg$. L'equilibrio dell'altra massa impone

$$mg = 2T\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{M} = 2\cos\alpha$$

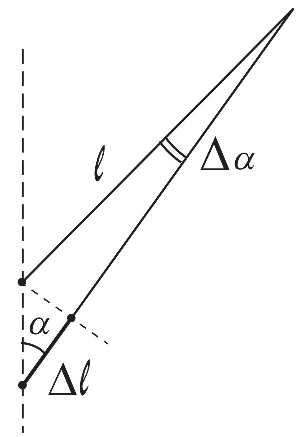
Quesito n. 2.

Aggiungendo una massa Δm alla massa m l'equazione di equilibrio si scrive ora

$$(m+\Delta m)g = 2T\cos(\alpha+\Delta\alpha) = 2Mg(\cos\alpha\,\cos\Delta\alpha - \operatorname{sen}\alpha\,\operatorname{sen}\Delta\alpha) \quad \text{con} \quad \Delta\alpha \ll \alpha \quad \text{per cui}$$

$$(m+\Delta m)g = 2Mg\,(\cos\alpha - \Delta\alpha\,\operatorname{sen}\alpha) \quad\Rightarrow\quad \Delta m = -2M\operatorname{sen}\alpha\,\Delta\alpha \quad\Rightarrow\quad \Delta\alpha = -\frac{\Delta m}{2M\operatorname{sen}\alpha}$$

Per mettere in relazione la variazione dell'angolo α con lo spostamento della massa M occorre valutare la variazione di lunghezza dei tratti obliqui di filo, a partire dal valore iniziale ℓ (v. figura): dato che $2\ell + z = L$ si ha che $\Delta z = -2\Delta\ell$, mentre – per piccoli spostamenti – vale la relazione approssimata



$$\Delta\ell\,\operatorname{tg}\alpha = -\ell\,\Delta\alpha \quad\Rightarrow\quad \Delta z = \frac{2\ell\,\Delta\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} = -\frac{2\ell\,\Delta m}{2M\,\operatorname{sen}\alpha\,\operatorname{tg}\alpha}$$

Sostituendo infine $\alpha = 45°$; $\operatorname{sen}\alpha = \sqrt{2}/2$; $\operatorname{tg}\alpha = 1$; $\ell = \sqrt{2}\,a$ si ottiene

$$\Delta z = -\frac{2a}{M}\,\Delta m$$

Il coefficiente di proporzionalità vale quindi, in modulo, $2a/M = 0.6\,\mathrm{mm/g}$

PROBLEMA n. 3 – Prove sul terreno.

Quesito n. 1.

Un condensatore piano con piastre di area A che distano fra loro ℓ ha capacità $C = \varepsilon_0\,A/\ell$. La resistenza presentata fra le due basi da un prisma di materiale omogeneo di resistività ρ che abbia aree di base A e altezza ℓ è $R = \rho\,\ell/A$. Ricavando la frazione A/ℓ dalla prima di queste e sostituendo nella seconda si trova facilmente

$$R = \varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}\,\rho/C\,.$$

Quesito n. 2.

Per mettere in relazione la resistenza misurata R con la resistività del terreno è necessario calcolare la capacità presentata dal sistema dei due conduttori sferici. Se la distanza fra i due conduttori è assai maggiore del loro diametro il campo elettrico ha le medesime caratteristiche di quello dato da una carica q, oppure $-q$, posta nel centro del conduttore carico. Così la differenza di potenziale fra i due conduttori è – approssimativamente – pari alla differenza di potenziale fra le loro superfici

$$\Delta V = 2\frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{d}\right) \approx \frac{|q|}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}\,a}$$

essendo ε_{r} un valore medio della costante dielettrica relativa nel terreno considerato. I due conduttori presentano quindi una capacità

$$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}\,a\,.$$

Dalla relazione trovata al punto 1. si trae la conclusione

$$\rho = 2\pi\,a\,R\,.$$

Materiale prodotto dal gruppo

PROGETTO OLIMPIADI

Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica

presso Liceo Scientifico "U. Morin", MESTRE (VE)

fax: 041.584.1272   e-mail: olifis@libero.it

OLIMPIADI DI FISICA 2007

9 Febbraio 2007

GRIGLIE di VALUTAZIONE della Gara di 2° Livello

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 1 – Due sorgenti sonore.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 20
1	*Sfasamento tra le due onde*	**4**
1.a	Espressione dello sfasamento	3
1.b	Valore numerico corretto	1
2	*Ampiezza della seconda onda*	**7**
2.a	Relazione tra rapporto di intensità e di ampiezze	2
2.b	Relazione tra rapporto di intensità e di distanze	2
2.c	Relazione corretta tra le ampiezze	2
2.d	Valore numerico corretto	1
3	*Ampiezza risultante*	**3**
3.a	Relazione di fase corretta	2
3.b	Relazione tra le ampiezze corretta	1
4	*Intensità della prima onda*	**4**
4.a	Rapporto tra le ampiezze con una o due sorgenti	2
4.b	Rapporto tra le corrispondenti intensità	1
4.c	Valore numerico corretto	1
Chiarezza descrittiva e correttezza formale dell'esposizione; attenzione all'impiego delle corrette unità di misura; attenzione al grado di precisione assegnato ai risultati numerici		**2**

PROBLEMA 2 – Una bilancetta.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 20
1	*Tensione del filo e rapporto delle masse*	**6**
1.a	Condizione di equilibrio della massa M	1
1.b	Tensione del filo	1
1.c	Condizione di equilibrio della massa m	2
1.d	Rapporto delle masse	2
2	*Coefficiente di proporzionalità*	**12**
2.a	Equilibrio con aggiunta della massa Δm	2
2.b	Variazione dell'angolo α	4
2.c	Variazione di altezza Δz	3
2.d	Coefficiente di proporzionalità	2
2.e	Valore numerico	1
	Chiarezza descrittiva e correttezza formale dell'esposizione; attenzione all'impiego delle corrette unità di misura; attenzione al grado di precisione assegnato ai risultati numerici	**2**

PROBLEMA 3 – Prove sul terreno.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 20
1	*Espressione di R in funzione di C*	**6**
1.a	Capacità di un condensatore piano	2
1.b	Resistenza di un conduttore a sezione costante	2
1.c	Relazione fra resistenza e capacità	2
2	*Espressione della resistività*	**12**
2.a	D.d.p. fra i conduttori sferici a grande distanza	8
2.b	Capacità dei due conduttori	2
2.c	Resistività del terreno	2
	Chiarezza descrittiva e correttezza formale dell'esposizione; attenzione all'impiego delle corrette unità di misura; attenzione al grado di precisione assegnato ai risultati numerici	**2**

Materiale prodotto dal gruppo

PROGETTO OLIMPIADI
Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica
presso Liceo Scientifico "U. Morin", MESTRE (VE)
fax: 041.584.1272 e-mail: olifis@libero.it