

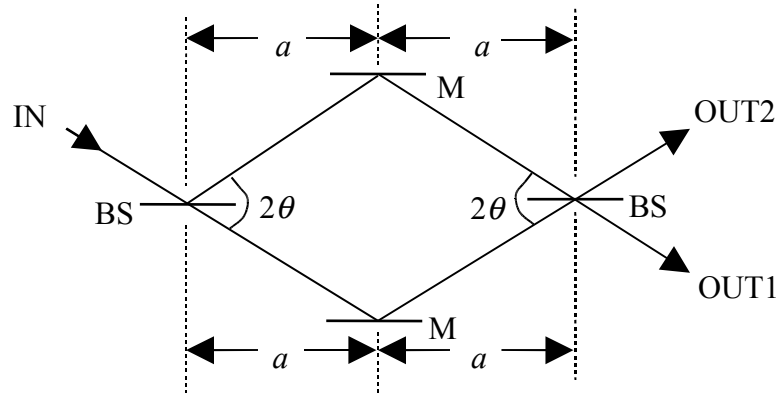
**The 37-esima Olimpiade Internazionale di Fisica  
Singapore  
Prova Teorica  
Lunedì 10 Luglio 2006**

**Per favore leggi prima queste note:**

1. La prova dura 5 ore. Ci sono 3 problemi da risolvere, ognuno vale **10 punti**.
2. Utilizza solamente la penna che trovi sopra il tuo tavolo.
3. Utilizza solamente la facciata frontale dei fogli di carta che ti sono forniti.
4. Ciascun problema deve essere risolto su diversi fogli di carta.
5. Utilizza il **Foglio Risposte (Answer Script)** che ti è stato dato per fornire le tue risposte. Ti sono forniti anche **Fogli per scrivere** addizionali. I risultati numerici dovrebbero essere scritti con tante cifre significative quante sono necessarie in base ai dati forniti nel problema. **Non dimenticare di indicare l'unità di misura.**
6. Scrivi su fogli di carta bianchi se ritieni che ciò sia richiesto per la soluzione del problema e se desideri che siano valutati. Comunque dovresti impiegare il **minor testo possibile** e fornire solamente equazioni, numeri, simboli, e diagrammi.
7. È assolutamente importante che tu inserisca il tuo **Country Code** (Codice Paese) e il tuo **Student Code** (Codice Studente) nei riquadri in cima a ogni foglio di carta utilizzato. In aggiunta, sui fogli di carta bianca utilizzati in ogni problema, devi inserire il numero del problema (**Question n.**), il numero progressivo di ogni foglio (**Page n.**) e il numero totale di fogli bianchi che hai usato e che desideri vengano valutati per ogni problema (**Total n. of pages**). È anche utile indicare all'inizio di ogni Foglio per scrivere il numero del problema e del paragrafo della parte a cui stai rispondendo. Se utilizzi qualche foglio bianco per annotazioni che non desideri vengano valutate, metti una larga croce attraverso l'intero foglio e non includerlo nella tua numerazione.
8. Quando hai terminato, riorganizza tutti i fogli nel giusto ordine (per ciascun problema metti i fogli risposte per primi, quindi i fogli utilizzati in ordine, seguiti dai fogli che non desideri vengano valutati. Metti i fogli non utilizzati e il testo del problema in fondo). Metti i fogli di ciascun problema in ordine di domande e di numerazione di pagine. Fissali con il fermaglio fornito e lascia ogni cosa sopra il tuo tavolo. **Non puoi portare fuori della stanza alcun foglio.**

**Problema teorico n. 1: La gravità in un interferometro per neutroni**

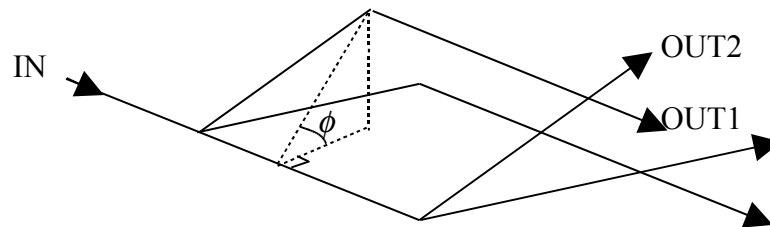
Scrivi tutte le tue risposte nel **Foglio Risposte**.



BS – Divisore di fascio

M - Specchio

**Figura 1a**



**Figura 1b**

**Situazione fisica** Consideriamo la situazione del famoso esperimento realizzato da Collela, Overhauser e Werner con un interferometro per neutroni, ma l'apparato sperimentale viene schematizzato tanto da considerare i divisori di fascio e gli specchi dell'interferometro come perfetti. L'esperimento studia gli effetti dell'attrazione gravitazionale sulla lunghezza d'onda di de Broglie dei neutroni.

La rappresentazione schematica di questo interferometro, in analogia a quella di un interferometro ottico, è mostrata in Figura 1a. I neutroni entrano nell'interferometro attraverso la porta IN e seguono i due percorsi mostrati. I neutroni vengono rivelati ad ognuna delle due porte di uscita, OUT1 o OUT2. I due percorsi racchiudono una superficie a forma di rombo, che, tipicamente, ha un'area di qualche cm<sup>2</sup>.

Le lunghezze d'onda di de Broglie dei neutroni (tipicamente dell'ordine di circa 10<sup>-10</sup> m) interferiscono in modo tale che, quando il piano dell'interferometro è orizzontale, tutti i neutroni emergono dalla porta di uscita OUT1; ma quando l'interferometro viene ruotato di un angolo  $\phi$  intorno alla direzione del fascio dei

neutroni incidenti (Figura 1b), si osserva una redistribuzione, in funzione dell'angolo  $\phi$ , dei neutroni tra le due porte di uscita OUT1 e OUT2.

**Geometria** Per  $\phi = 0^\circ$  il piano dell'interferometro è orizzontale; per  $\phi = 90^\circ$  il piano è verticale con le porte di uscita al di sopra dell'asse di rotazione.

- 1.1 (1.0) Qual è l'area  $A$  del rombo racchiuso dai due percorsi dell'interferometro?
- 1.2 (1.0) Qual è l'altezza  $H$  della porta di uscita OUT1 al di sopra del piano orizzontale dell'asse di rotazione?

Esprimi  $A$  e  $H$  in funzione di  $a$ ,  $\theta$  e  $\phi$ .

**Cammino ottico** Il cammino ottico  $N_{\text{opt}}$  (un numero) è il rapporto tra la lunghezza geometrica del percorso (una distanza) e la lunghezza d'onda  $\lambda$ . Se  $\lambda$  cambia lungo il percorso,  $N_{\text{opt}}$  si ottiene integrando  $\lambda^{-1}$  lungo il percorso.

- 1.3 (3.0) Qual è la differenza  $\Delta N_{\text{opt}}$  tra i cammini ottici dei due percorsi quando l'interferometro è stato ruotato di un angolo ? Esprimi la tua risposta in funzione di ,  $\theta$  e  $\phi$ , della massa  $M$  del neutrone, della lunghezza d'onda di de Broglie  $\lambda_0$  dei neutroni incidenti, dell'accelerazione gravitazionale  $g$  e della costante di Planck  $h$ .

- 1.4 (1.0) Introduci il parametro di volume

$$V = \frac{h^2}{gM^2}$$

ed esprimi  $\Delta N_{\text{opt}}$  solamente in funzione di  $A$ ,  $V$ ,  $\lambda_0$  e . Determina il valore di  $V$  nel caso di  $M = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $g = 9.800 \text{ m s}^{-2}$  e  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$ .

- 1.5 (2.0) Quanti cicli – da una situazione di alta intensità ad una di bassa intensità e di nuovo ad una di alta intensità – vengono completati alla porta OUT1 quando  cresce da  $\phi = -90^\circ$  a  $\phi = 90^\circ$ ?

**Dati sperimentali** L'interferometro di un esperimento reale era caratterizzato da  $a = 3.600 \text{ cm}$  e  $\theta = 22.10^\circ$ , e si sono osservati 19.00 cicli completi.

- 1.6 (1.0) Quanto vale  $\lambda_0$  in questo esperimento?
- 1.7 (1.0) Se in un altro esperimento dello stesso tipo, in cui si usano neutroni con  = 0.2000 nm, si osservano 30.00 cicli completi, quanto vale l'area  $A$ ?

**Suggerimento:** Se  $|\alpha x| \ll 1$ , si può sostituire  $(1+x)^\alpha$  con  $1 + \alpha x$ .

Country Code	Student Code	Question Number
--------------	--------------	-----------------

		<b>1</b>
--	--	----------

**Foglio Risposte**

**Geometria**

**1.1** L'area vale

$A =$

**1.2** L'altezza vale

$H =$

<b>For Examiners Use Only</b>
<b>1.0</b>
<b>1.0</b>

Country Code	Student Code	Question No
		<b>1</b>

**For  
Examiners  
Use  
Only**

**3.0**

**Cammino ottico**

**1.3** In funzione di , , , , ,  e :

$$\Delta N_{\text{opt}} =$$

**0.8**

**1.4** In funzione di , ,  e :

$$\Delta N_{\text{opt}} =$$

**0.2**

Il valore numerico di  vale

**2.0**

<p><b>1.5</b> Il numero di cicli è</p> <p>n. di cicli =</p>			<b>For Examiners Use Only</b>
Country Code	Student Code	Question No.	
		<b>1</b>	

1.0

**Experimental data**

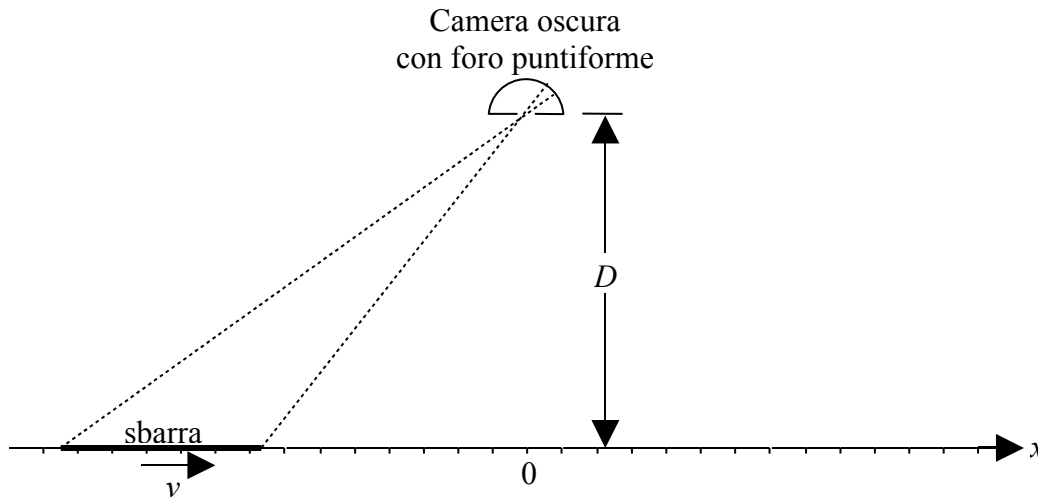
<p><b>1.6</b> La lunghezza d'onda di de Broglie vale</p> <p><math>\lambda_0 =</math></p>
<p><b>1.7</b> L'area vale</p> <p><math>A =</math></p>

1.0



## Problema Teorico n. 2: Osservando una sbarra in moto

Scrivi tutte le tue risposte nel **Foglio Risposte**.



**Situazione fisica** Una camera oscura, il cui foro d'apertura puntiforme si trova in corrispondenza di  $x = 0$  ed è posto ad una distanza  $D$  dall'asse  $x$ , prende fotografie di una sbarra mediante l'apertura del foro per un tempo molto breve. Come mostrato nella figura, lungo l'asse  $x$  sono riportate delle tacche equidistanti che consentono di misurare la *lunghezza apparente* della sbarra sulle fotografie prese con la camera oscura. Su una fotografia della sbarra *a riposo* la sua lunghezza risulta pari a  $L$ . La sbarra però nel problema *non* è ferma, ma si muove con velocità costante  $v$  lungo l'asse  $x$ .

**Relazioni fondamentali** Una foto presa con la camera oscura mostra, nella posizione  $\tilde{x}$ , l'immagine di un sottile trattino presente sulla sbarra.

- 2.1 (0.6) Qual è la *posizione effettiva*  di questo trattino nell'istante in cui la foto viene scattata? Esprimi la tua risposta in funzione di  $\tilde{x}$ ,  $D$ ,  $L$ ,  $v$  e della velocità della luce  $c = 3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ . Usa le quantità

$$\beta = \frac{v}{c} \text{ e } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

se sono utili per semplificare il tuo risultato.

- 2.2 (0.9) Trova anche la corrispondente relazione inversa, cioè esprimi  $\tilde{x}$  in funzione di , , ,  $v$  e  $c$ .

**Nota:** La *posizione effettiva* è la posizione misurata nel sistema di riferimento nel quale la camera oscura è ferma.

**Lunghezza apparente della sbarra** La camera oscura scatta una foto nell'istante in cui la posizione effettiva del centro della sbarra si trova in un certo punto  $x_0$ .



- 2.3 (1.5) Determina, in funzione delle variabili date, la lunghezza apparente della sbarra in questa foto.
- 2.4 (1.5) Scegli una delle alternative di risposta presenti nel **Foglio risposte** per indicare come cambia al trascorrere del tempo la lunghezza apparente.

**Foto simmetrica** Una delle foto scattate con la camera mostra entrambe le estremità della sbarra alla stessa distanza dal foro.

- 2.5 (0.8) Determina la lunghezza apparente della sbarra in questa foto.
- 2.6 (1.0) Qual è la posizione effettiva del centro della sbarra nell'istante in cui viene scattata questa foto?
- 2.7 (1.2) Dove è collocata in questa foto l'immagine del centro della sbarra?

**Foto scattate molto presto e molto tardi** La camera ha preso un'immagine molto presto, quando la sbarra era molto lontana e in fase di avvicinamento, e prende un'altra foto molto tardi, quando la sbarra è molto lontana e in fase di allontanamento. Su una delle immagini la lunghezza apparente è 1.00 m, sull'altra è 3.00 m.

- 2.8 (0.5) Scegli una delle alternative di risposta presenti nel **Foglio Risposte** per indicare quale lunghezza è rilevata in quale immagine.
- 2.9 (1.0) Determina la velocità .
- 2.10 (0.6) Determina la lunghezza  della sbarra a riposo.
- 2.11 (0.4) Ricava la lunghezza apparente nella foto simmetrica.

Country Code	Student Code	Question Number
		2

### Foglio Risposte

#### Relazioni fondamentali

**2.1** Valore di  per un dato valore di  $\tilde{x}$  :

=

**2.2** Valore di  per un dato valore di  :

=

**For  
Examiners  
Use  
Only**

**0.6**

**0.9**

#### Lunghezza apparente della sbarra

**2.3** La lunghezza apparente vale

$\tilde{L}(x_0) =$

**2.4** Scegli una delle seguenti alternative: La lunghezza apparente  
 all'inizio aumenta, raggiunge un valore massimo, poi diminuisce.  
 all'inizio diminuisce, raggiunge un valore minimo, poi aumenta.  
 diminuisce sempre.  
 aumenta sempre.

**1.5**

**1.5**

Country Code	Student Code	Question Number
--------------	--------------	-----------------

2

**Foto simmetrica**

2.5 La lunghezza apparente vale

$$\tilde{L} =$$

**For  
Examiners  
Use  
Only**

**0.8**

2.6 La posizione effettiva del centro della sbarra vale

$$\square =$$

**1.0**

2.7 La foto mostra il centro della sbarra ad una distanza dall'immagine dell'estremità anteriore della sbarra pari a

$$l =$$

**1.2**

Country Code

Student Code

Question Number

2

**Foto molto presto e molto tardi**

- 2.8** Scegli una delle seguenti alternative:  
 La lunghezza apparente vale 1 m nella foto presa molto presto e 3 m in quella presa molto tardi.  
 La lunghezza apparente vale 3 m nella foto presa molto presto e 1 m in quella presa molto tardi.

- 2.9** La velocità vale

=

- 2.10** La sbarra ha una lunghezza a riposo

=

- 2.11** La lunghezza apparente sulla foto simmetrica vale

$\tilde{L} =$

**For  
Examiners  
Use  
Only**

**0.5**

**1.0**

**0.6**

**0.4**

### Problema Teorico n. 3

Questo problema consiste di cinque parti indipendenti. In ciascuna di esse ti viene chiesta solamente la stima di un ordine di grandezza, non un valore preciso. Riporta tutte le tue risposte nel **Foglio Risposte**.

**Macchina fotografica digitale** Considera una macchina fotografica digitale con un chip CCD quadrato di lato  $\square = 35$  mm che ha  $N_p = 5$  Mpix (1 Mpix =  $10^6$  pixels). La lente di questa macchina fotografica ha una lunghezza focale  $f = 38$  mm. La nota sequenza di numeri (2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22) che appare sulla lente si riferisce al cosiddetto numero F, che viene indicato con  $F\#$  ed è definito come il rapporto tra la lunghezza focale della lente e il diametro  $D$  dell'apertura della lente,  $F\# = f/D$ .

- 3.1 (1.0) Trova, nella posizione del chip, la migliore risoluzione spaziale possibile  $\Delta x_{\min}$ , limitata dalla diffrazione della lente, della macchina fotografica. Esprimi il tuo risultato in funzione della lunghezza d'onda  $\lambda$  e del numero F,  $F\#$ , e fornisci il valore numerico per  $\lambda = 500$  nm.
- 3.2 (0.5) Trova il necessario numero  $N$  di Mpix che il chip del CCD dovrebbe possedere per garantire questa risoluzione ottimale.
- 3.3 (0.5) Talvolta, i fotografi cercano di usare la macchina fotografica con la minima apertura possibile. Supponi ora di avere una macchina fotografica con  $N_0 = 16$  Mpix e con il lato del chip e la lunghezza focale uguali a quelli di prima. Quale valore bisogna scegliere per  $\square^n$  in modo tale che la qualità dell'immagine non sia deteriorata per motivi dovuti all'ottica?
- 3.4 (0.5) Sapendo che l'occhio umano ha una risoluzione angolare di circa  $\phi = 2$  arcsec e che una tipica stampante fotografica stampa con un minimo di 300 dpi (dot per inch, ovvero punti per pollice) a quale distanza minima  $z$  dai tuoi occhi dovresti tenere la pagina stampata in modo da non vedere i singoli punti?

Dati 1 inch = 25.4 mm  
1 arcsec =  $2.91 \times 10^{-4}$  rad

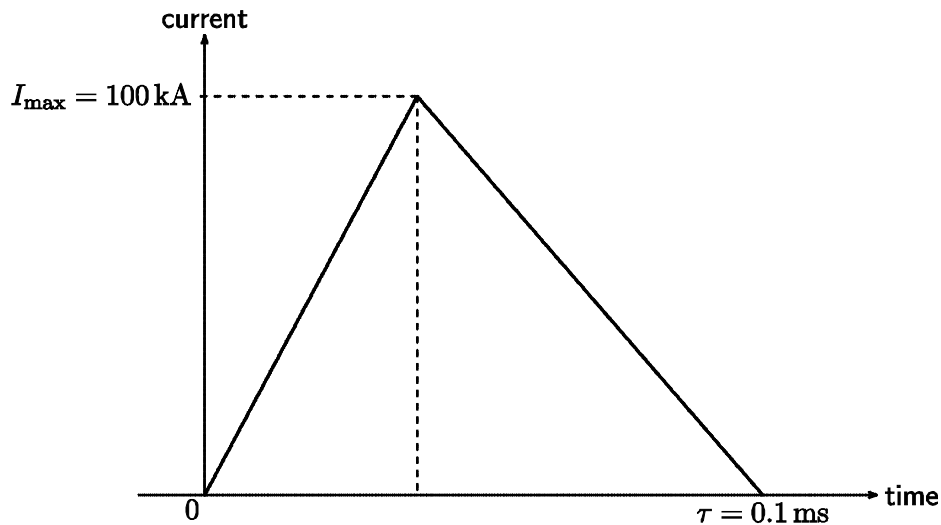
**Un uovo sodo** Un uovo, preso direttamente dal frigorifero ad una temperatura  $T_0 = 4^\circ$  C, è gettato in un pentolino contenente acqua mantenuta costantemente alla temperatura  $T_1$ .

- 3.5 (0.5) Qual è la quantità di energia  $U$  necessaria per coagulare completamente l'uovo?
- 3.6 (0.5) Qual è il flusso di calore  $J$  che penetra nell'uovo?
- 3.7 (0.5) Qual è la potenza termica  $P$  trasferita all'uovo?
- 3.8 (0.5) Per quanto tempo occorre cuocere l'uovo in modo da renderlo sodo?

**Suggerimento** Puoi usare la forma semplificata della legge di Fourier,  $J = \kappa \Delta T / \Delta r$ , dove  $\Delta T$  è la differenza di temperatura associata a  $\Delta r$ , che a sua volta rappresenta una lunghezza di scala tipica del problema. Il flusso termico  $J$  è espresso in unità di  $\text{W m}^{-2}$ .

**Dati** Densità dell'uovo:  $\mu = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$   
 Calore specifico dell'uovo:  $C = 4.2 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$   
 Raggio dell'uovo:  $R = 2.5 \text{ cm}$   
 Temperatura di coagulazione dell'albume (proteina dell'uovo):  $T_c = 65^\circ\text{C}$   
 Conducibilità termica:  $\kappa = 0.64 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$  (che si suppone identica per l'albume liquido e solido)

**Fulmine** Viene proposto un modello estremamente semplificato del processo di produzione di un fulmine. Il fulmine è prodotto dall'accumularsi di carica elettrostatica nelle nuvole. In conseguenza di ciò, la base della nube di solito si carica positivamente e la parte superiore diventa caricata negativamente. Il suolo sotto la nube si carica negativamente. Quando il corrispondente campo elettrico supera la rigidità dielettrica dell'aria, si verifica una violenta scarica: questo è il fulmine.



Impulso di corrente schematizzato che fluisce tra la nube ed il suolo durante il fulmine.

Rispondi alle seguenti domande con l'aiuto di questa curva semplificata della corrente in funzione del tempo e con l'aiuto di questi dati:

- Distanza tra la base della nube ed il suolo:  $h = 1 \text{ km}$ ;
- Rigidità dielettrica dell'aria umida:  $E_0 = 300 \text{ kV m}^{-1}$ ;
- Numero totale di fulmini che in media colpiscono la Terra in un anno:  $32 \times 10^6$ ;
- Popolazione umana complessiva:  $6.5 \times 10^9$  persone.

- 3.9 (0.5) Qual è la carica totale  $Q$  liberata durante un fulmine?
- 3.10 (0.5) Qual è la corrente elettrica media  $I$  che passa tra la base della nube ed il suolo durante il fulmine?
- 3.11 (1.0) Supponi che l'energia di tutti i temporali che si verificano in un anno sia raccolta ed egualmente distribuita tra tutta la popolazione. Per quanto tempo potresti tenere accesa continuamente una lampadina da 100 W con la tua quota di energia?

**Vasi capillari** Consideriamo il sangue come un fluido viscoso incompressibile con una densità  $\mu$  simile a quella dell'acqua ed una viscosità dinamica  $\eta = 4.5 \text{ g m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Modellizziamo i vasi sanguigni come tubi cilindrici rettilinei di raggio  $r$  e lunghezza  $L$  e descriviamo il comportamento del flusso sanguigno mediante la legge di Poiseuille,

$$\Delta p = RD,$$

che rappresenta l'analogo fluidodinamico della legge di Ohm in elettricità. Nel nostro caso  $\Delta p$  è la differenza di pressione tra l'ingresso e l'uscita del vaso sanguigno,  $D = Sv$  è la portata in volume attraverso la sezione trasversale  $S$  del vaso sanguigno e  $v$  è la velocità del sangue. La resistenza idraulica  $R$  è data da

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}.$$

Per la circolazione sistemica del sangue (quella che va dal ventricolo sinistro del cuore all'atrio destro del cuore), il flusso del sangue vale  $D \approx 100 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  per un uomo a riposo. Rispondi alle seguenti domande nell'ipotesi che tutti i vasi capillari siano connessi in parallelo e che ciascuno di loro abbia un raggio  $r = 4 \text{ }\mu\text{m}$ , una lunghezza  $L = 1 \text{ mm}$  e sia sottoposto ad una differenza di pressione  $\Delta p = 1 \text{ kPa}$ .

- 3.12 (1.0) Quanti vasi capillari ci sono nel corpo umano?
- 3.13 (0.5) Qual è la velocità  $v$  con la quale il sangue scorre attraverso un vaso capillare?

**Un grattacielo** Alla base di un grattacielo alto 1000 m, la temperatura esterna è  $T_{\text{bot}} = 30^\circ\text{C}$ . L'obiettivo del problema è di stimare la temperatura esterna  $T_{\text{top}}$  in cima. Considera un sottile strato di aria (gas azoto perfetto con coefficiente adiabatico  $\gamma = 7/5$ ) che sale lentamente ad un'altezza  $z$  dove la pressione è minore, e supponi che questo strato si espanda adiabaticamente in modo tale che la sua temperatura si porti alla temperatura dell'aria circostante.

- 
- 3.14** (0.5) Quanto vale la variazione relativa di temperatura  $dT/T$  in funzione della variazione relativa di pressione  $dp/p$ ?
- 3.15** (0.5) Esprimi la differenza di pressione  $dp$  in funzione di  $dz$ , la variazione di quota.
- 3.16** (1.0) Qual è la temperatura che si ottiene in cima all'edificio?

Dati Costante di Boltzmann:  $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$   
Massa di una molecola di azoto:  $m = 4.65 \times 10^{-26} \text{ kg}$   
Accelerazione di gravità:  $g = 9.80 \text{ m s}^{-2}$



Country Code	Student Code	Question Number
		<b>3</b>

**Foglio delle risposte**

**Macchina fotografica digitale**

**For  
Examiners  
Use  
Only**

**3.1** La migliore risoluzione spaziale è

(formula:)  $\Delta x_{\min} =$

**0.7**

che, nel caso in cui  $\lambda = 500 \text{ nm}$ , fornisce il seguente valore

(numerical:)  $\Delta x_{\min} =$

**0.3**

**3.2** Il numero di Mpix è

$N =$

**0.5**

**3.3** Il miglior valore del numero F è

=

**0.5**

**3.4** La distanza minima è

$z =$

**0.5**

Country Code	Student Code	Question Number
		<b>3</b>

**Un uovo sodo**

<p><b>3.5</b> L'energia necessaria è</p> <p><math>U =</math></p>	<p><b>For Examiners Use Only</b></p> <p><b>0.5</b></p>
<p><b>3.6</b> Il flusso termico è</p> <p><math>J =</math></p>	<p><b>0.5</b></p>
<p><b>3.7</b> La potenza termica trasferita vale</p> <p><math>P =</math></p>	<p><b>0.5</b></p>
<p><b>3.8</b> Il tempo necessario per rendere sodo l'uovo è</p> <p><math>\tau =</math></p>	<p><b>0.5</b></p>

Country Code	Student Code	Question Number
		<b>3</b>

**Fulmine**

<p><b>3.9</b> La carica totale è</p> <p style="margin-left: 40px;"><math>Q =</math></p>		<p><b>For Examiners Use Only</b></p> <p><b>0.5</b></p>
<p><b>3.10</b> La corrente media è</p> <p style="margin-left: 40px;"><math>I =</math></p>		<p><b>0.5</b></p>
<p><b>3.11</b> La lampadina può restare accesa per un tempo</p> <p style="margin-left: 40px;"><math>t =</math></p>		<p><b>1.0</b></p>

**Vasi capillari**

<p><b>3.12</b> Ci sono</p> <p style="margin-left: 40px;"><math>N =</math></p> <p style="margin-left: 40px;">vasi capillari nel corpo umano.</p>		<p><b>1.0</b></p>
<p><b>3.13</b> Il sangue scorre con una velocità</p> <p style="margin-left: 40px;"><math>v =</math></p>		<p><b>0.5</b></p>

Country Code	Student Code	Question Number
		3

**Grattacielo**

**3.14** La variazione relativa di temperatura è

$$\frac{dT}{T} =$$

**3.15** La differenza di pressione è

$$dp =$$

**3.16** La temperatura in cima è

$$T_{\text{top}} =$$

**For  
Examiners  
Use  
Only**

**0.5**

**0.5**

**1.0**

