

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PISA

RELAZIONE DI TIROCINIO

Corso di perfezionamento

“Strategie didattiche per promuovere un atteggiamento positivo verso la matematica e la fisica”

Corsiste:

Agnese De Rito
Chiara Dini
Chiara Marmeggi
Stefania Pancanti
Angela Putortì
Ester Vatteroni

ANNO ACCADEMICO 2006-07

Indice

<u>1. Introduzione.....</u>	<u>3</u>
<u>2. Le attività mattutine.....</u>	<u>3</u>
2.1 La lezione tipo universitario.....	3
2.2 La conferenza	8
2.1 L'incontro con i laureati.....	10
<u>2. Conclusioni.....</u>	<u>13</u>

1. Introduzione

Nell'ambito del progetto "Lauree Scientifiche", il Corso di Laurea in Matematica dell'Università di Pisa ha organizzato per il terzo anno consecutivo la "Settimana Matematica". Dal 5 all'8 febbraio 2007, circa 130 studenti degli ultimi due anni delle Scuole Superiori interessati alla matematica hanno potuto conoscere il Dipartimento di Pisa, assistere a seminari e conferenze, conoscere le opportunità di lavoro che offre una laurea in Matematica tramite le testimonianze di giovani laureati, stare a contatto con studenti iscritti a Matematica, frequentare un "laboratorio" opportunamente ideato.

L'iniziativa è stata così strutturata:

	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì
MATTINA		Prof. Fabrizio Broglia - Una lezione universitaria di Matematica Prof. Dario Bini: Matematica e Mondo Reale: il problema di Google e altre storie	Visita alla struttura Incontro con giovani laureati sulle prospettive di lavoro della laurea in Matematica	
POMERIGGIO	Presentazione Laboratori	Laboratori	Laboratori	Compilazione questionari di valutazione Incontro con studenti del Corso di Laurea in Matematica Prof. Giovanni Alberti: presentazione del Corso di Laurea in Matematica Consegna attestati

2. Le attività mattutine

Il nostro tirocinio si è svolto durante le mattine di martedì e mercoledì e nel pomeriggio di giovedì. Durante queste poche ore, abbiamo seguito insieme ai ragazzi le attività proposte cercando di osservare il modo in cui essi affrontavano questa esperienza.

Infine, ciascuna abbiamo analizzato le risposte da loro fornite al questionario di valutazione somministrato durante l'ultima giornata di stage.

2.1 La lezione tipo universitario

Il prof. Broglia ha svolto la lezione cercando di rispecchiare il più possibile lo standard di una classica lezione universitaria. In particolare, i tempi sono stati gestiti in maniera diversa durante l'esposizione: all'inizio il ritmo è stato lento e la spiegazione meticolosa, mentre in seguito, è aumentato sempre più fino a rendere difficile la comprensione della parte finale della lezione.

L'argomento è stato: le coniche. Il docente ha inizialmente spiegato il motivo di tale scelta. Le coniche sono oggetti che quasi tutti conoscono per cui alla portata dei ragazzi presenti, trasversali a tutta la matematica e vengono trattati già dal primo anno di corso universitario.

Innanzitutto il docente ha ricordato le definizioni di tali curve:

Ellisse = insieme dei punti P del piano per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi F' e F'' detti fuochi ($PF' + PF'' = k = \text{costante}$).

Iperbole = insieme dei punti P del piano per i quali è costante la differenza delle distanze da due punti fissi F' e F'' detti fuochi ($PF' - PF'' = k = \text{costante}$).

Parabola = insieme dei punti P del piano equidistante da un punto fisso F detto fuoco e da una retta fissa detta direttrice.

In particolare ciò che il prof. Broglia aveva intenzione di mostrare ai presenti era che ciascuna delle curve sopra citate può essere ottenuta attraverso una sezione conica e che, viceversa, ogni sezione conica dà origine a una delle tre curve.

In altre parole il suo scopo era quello di dimostrare l'uguaglianza tra l'insieme $A = \{\text{sottoinsieme del piano formato da ellissi, iperboli, parabole}\}$ e l'insieme $B = \{\text{sezione di un cono circolare retto con un piano non passante per il suo vertice}\}$ (limitandosi a considerare il cono circolare retto per semplicità).

Ma come si fa a dimostrare che due insiemi sono uguali? Preso un qualsiasi elemento di A si dimostra che esso appartiene anche a B (ossia $A \subset B$) e preso un qualsiasi elemento di B si dimostra che esso appartiene anche ad A (ossia $B \subset A$).

Il docente ha subito evidenziato una classica tecnica "universitaria": le dimostrazioni sono spesso divise in due parti e non è detto che si debba iniziare da quella che appare scritta per prima nell'enunciato, ma da quella "più conveniente" ai fini della dimostrazione stessa.

Infatti il prof. Broglia inizia con $B \subset A$.

Dim

Si consideri una qualsiasi sezione conica ottenuta con un piano non passante per l'origine del cono. Dimostrare che $B \subset A$ equivale a dimostrare che la curva ottenuta attraverso la sezione è o un'ellisse, o un'iperbole, o una parabola. A tale scopo si deve prendere in considerazione un punto P sulla curva e si deve dimostrare che P verifica una delle tre proprietà relative alle curve appartenenti all'insieme A .

Ovviamente a seconda della posizione del piano considerato si avrà una diversa curva. Iniziamo dal caso dell'ellisse.

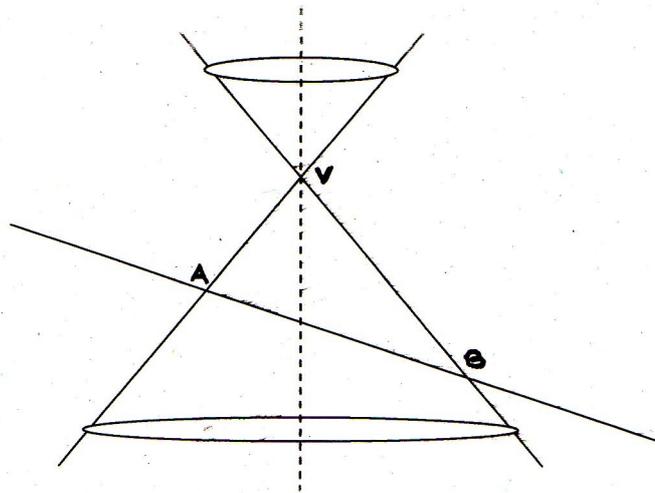
Per dimostrare quanto detto abbiamo bisogno di considerare una sfera tangente internamente al cono e al piano. Sorge quindi spontanea una domanda: una sfera cosiffatta esiste? Se sì, quante ne esistono? Le risposte a queste domande si ritrovano nella seguente proposizione che andremo a dimostrare:

PROPOSIZIONE 1

Esiste almeno una sfera tangente internamente al cono e al piano.

Dim prop1

Dimostrare la proposizione 1 equivale a individuare il centro e il raggio di una sfera che abbia le caratteristiche richieste. Il centro della sfera, per questioni di simmetria, deve appartenere all'asse del cono e deve essere equidistante dal piano e dal cono. Per individuare un punto con tali caratteristiche ci si limita, in un primo momento, a studiare il problema in due dimensioni considerando il triangolo VAB rappresentato in figura (V è il vertice del cono e VA,VB le due generatrici).



Per tale triangolo siamo interessati a trovare una circonferenza inscritta al triangolo stesso o, in altre parole, a individuarne il centro e il raggio. Il centro di tale circonferenza deve essere un punto equidistante dai lati del triangolo; sappiamo che un punto di questo tipo esiste ed è unico: è l'incentro, incontro delle bisettrici degli angoli interni del triangolo.

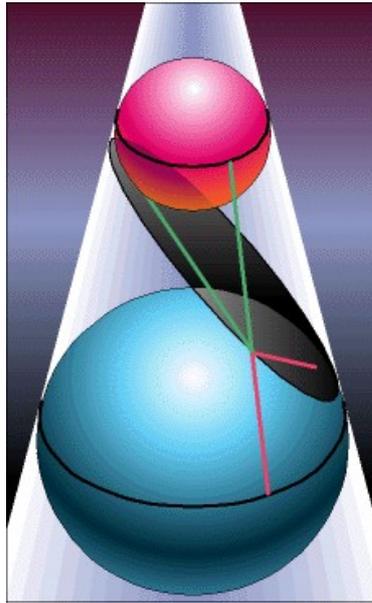
Individuati il centro e il raggio di tale circonferenza, per ricondurci al problema iniziale in tre dimensioni, è a questo punto sufficiente ruotare la medesima rispetto all'asse del cono ottenendo così una sfera tangente internamente al cono e al piano considerati. Dato che siamo riusciti a trovare una sfera di questo tipo, si conclude che almeno una sfera tangente internamente al cono esiste e dunque abbiamo dimostrato la proposizione.

Si osserva però che esiste un'altra sfera con tali caratteristiche e dunque si può enunciare una seconda proposizione:

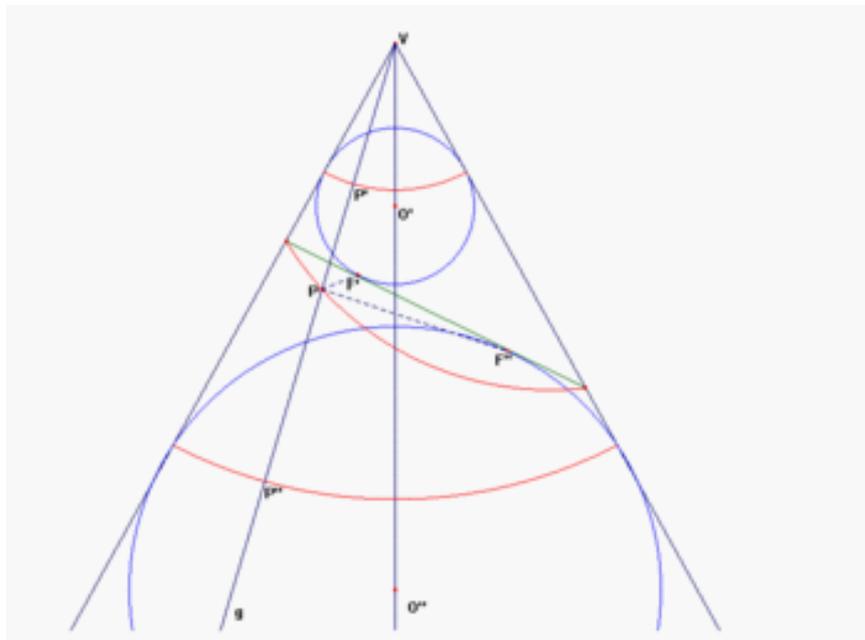
PROPOSIZIONE 2

Esistono due sfere tangenti internamente al cono.

L'esistenza di questa seconda sfera è abbastanza intuitiva soprattutto se si considera la seguente figura e pertanto ci accontentiamo della figura!



Riprendiamo quindi in considerazione il punto P, citato prima delle proposizioni, appartenente all'intersezione del piano e del cono e consideriamo la generatrice PV (che risulta essere tangente alle due sfere). Ciascuna delle due sfere tocca il piano in un punto. Denotiamo questi due punti con F' e F''. Siano inoltre P' e P'' i punti di incontro tra la generatrice PV e le due circonferenze di contatto tra il cono e le due sfere, come è illustrato nella seguente figura.



Dalla costruzione, risulta evidente che il punto P è *esterno alle due sfere*. Pertanto i due segmenti PF' e PP' sono uguali, perché segmenti di tangenti condotte da un punto esterno ad una stessa sfera. Analogamente, sarà anche $PF''=PP''$. Sommando membro a membro le due uguaglianze trovate abbiamo la relazione:

$$PF' + PF'' = P'P'' = \text{costante}$$

che costituisce, appunto, la definizione dell'ellisse considerata come luogo dei punti del piano per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi detti fuochi.

Conclusa la dimostrazione nel caso dell'ellisse, il prof. Broglia osserva che il caso dell'iperbole e quello della parabola possono essere dimostrati in modo analogo. Il docente si limita pertanto a dare qualche indicazione servendosi della figura 1 per il caso dell'iperbole e della figura 2 per il caso della parabola. Invita inoltre i ragazzi a concludere tale dimostrazione a casa e a completarla con la seconda parte ($A \subset B$) di cui fa solo un breve cenno.

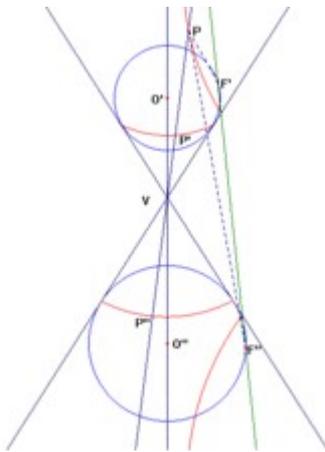


Figura 1

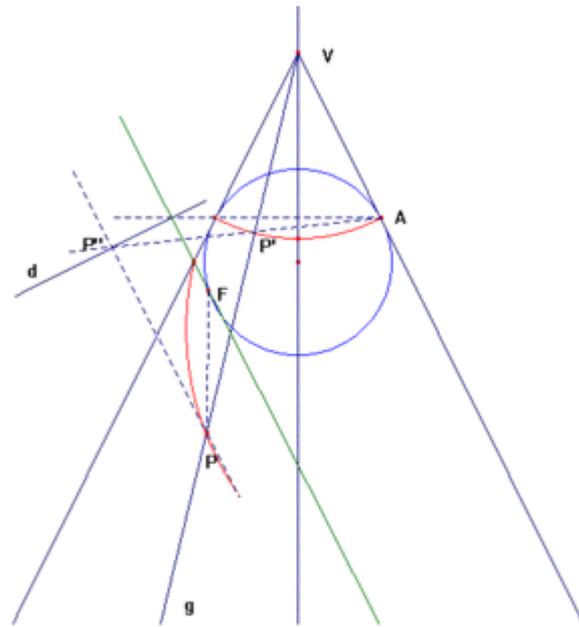


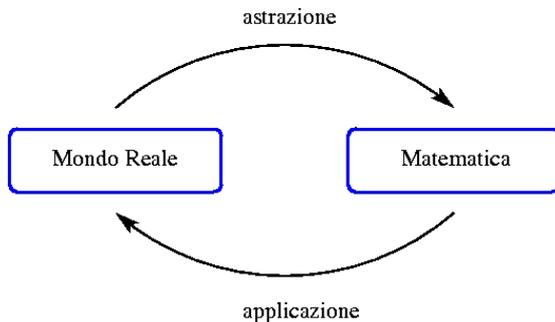
Figura 1

2.2 La conferenza

La conferenza è stata tenuta dal prof. Dario Bini, docente di Analisi Numerica presso l'Università di Pisa.

Il prof. ha esordito evidenziando come esistono molti luoghi comuni sulla matematica, come il fatto di vederla come una scienza arida, priva di fantasia, di immaginazione, di completa inutilità, troppo rigida. Invece le caratteristiche per essere un buon matematico sono: fantasia, immaginazione, creatività, libertà di pensiero, attrazione per l'eleganza, attrazione per la singolarità, rigore logico. Il mondo della matematica è molto più vasto del mondo reale.

Il prof. Bini ha sottolineato l'importanza della matematica nella vita di tutti noi e come matematica e realtà siano legate. Infatti nuove idee matematiche permettono di risolvere problemi del mondo reale e nuovi problemi del mondo reale stimolano lo sviluppo di nuove idee matematiche.



Senza la matematica non esisterebbero gran parte della tecnologia che ci circonda quotidianamente come la telefonia mobile, i compressori di mp3, il volo automatico, le risonanze magnetiche. Ma ritroviamo la matematica anche nei modelli statistici (gli exit-pool), nella matematica finanziaria, nella crittografia, cioè la generazione di codici di cui siamo sommersi (bancomat, codici per accedere ad internet, ecc.). Il prof. Bini si è soffermato in particolare sull'utilizzo della matematica nel Web, presentando il problema di Google, cioè il reperimento in ordine di importanza delle pagine web ricercate. Ai ragazzi è stato fatto vedere come questo problema sia risolvibile con un apposito modello matematico. Il prof. Bini ha presentato anche come matematica e fantasia-creatività siano in relazione, illustrando alcuni esempi. Particolarmente interessante è stata la generazione di frattali con l'utilizzo di un apposito software. Il prof. ha sottolineato come i frattali non sono oggetti lontani dalla nostra realtà: le foglie degli alberi, le nuvole, le coste dei territori geografici sono solo alcuni degli esempi che si possono prendere in considerazione. Sono modelli che si possono usare per studiare molti aspetti della realtà.

Gli argomenti trattati sono forse risultati complicati per il livello scolastico del pubblico, ma sono stati sicuramente uno stimolo per i ragazzi più curiosi verso la matematica.

2.2.1 Guardando ai ragazzi

L'impressione che emerge dall'aver osservato le diverse attività è che sicuramente la prima mattina i ragazzi si sono divertiti e interessati maggiormente rispetto agli altri incontri: capire lo stile, la difficoltà di una lezione universitaria e del prendere appunti è stato per loro motivo di forte interesse.

Anche la conferenza li ha in qualche modo stupiti, non è di certo immaginabile da un ragazzo di scuola superiore, che alcune conoscenze prettamente matematiche stiano alla base del funzionamento delle più moderne tecnologie.

Nel corso della lezione del professor Broglia di tanto in tanto i ragazzi che si conoscevano comunicavano fra loro con lo sguardo o con qualche brevissimo commento, su quanto fosse diverso e difficile stare dietro alla spiegazione e capire i singoli passaggi...eppure, nonostante questo, un buon gruppo di loro si è impegnato fino alla fine nel prendere appunti e nel tentare di capire (questo sebbene non gli fosse richiesta a tal proposito alcun tipo di verifica!).

Penso che abbiano vissuto questa loro "prima volta all'università" come fosse una sfida, mettendosi in un certo senso alla prova; difatti terminata la lezione dal pubblico è stata posta questa domanda: "Quante lezioni di questo tipo ci sono in una mattinata?" Un intervento di questo tipo è indice del fatto che i ragazzi stavano valutando le loro forze, le loro capacità, per stimare la possibilità di farcela, a fare una scelta come Matematica.

Ad avvalorare quanto appena detto, è stata posta anche la domanda "Qual è la percentuale dei laureati riferita al numero di immatricolati?" e a seguire si sono innescate una serie di domande

sulle possibilità lavorative, segno che comunque la lezione a qualcuno era piaciuta, superando bene la prima condizione per cui uno studente sceglie una facoltà: quella di investire il proprio tempo in qualcosa che gli piace!

Ad alcuni di loro è piaciuto proprio pensare e fare matematica, perché hanno domandato *“Dopo tre anni dalla laurea quanti lavorano facendo il matematico?”*. Probabilmente il fascino del dipartimento, dell’aria che vi si respira continua a mietere vittime!

Se da un lato si è evidenziato questo marcato interesse alla materia, d’altro canto le difficoltà nel seguire la spiegazione sono venute presto a galla, man mano che il ritmo espositivo del professor Broglia cresceva.

Quando a fine lezione si è aperto il dialogo sulle impressioni ed emozioni che i ragazzi avevano provato, sia il docente che i tutor d’aula hanno espresso delle considerazioni e fornito dei suggerimenti per provare a sdrammatizzare le loro più che normali paure: Eccone alcuni.

- *“Non è detto che le idee matematiche si debbano capire sul momento”*
- *“Non esiste corso di laurea in cui ci si siede e si pensa di capire tutta la lezione!”*
- *“A volte, una lezione di un’ora necessita di tre, quattro ore di studio per rimettere a posto gli appunti!”*
- *“Soprattutto alle prime difficoltà vi capiterà di chiedervi se siete voi a non capire perché non possedete le capacità adeguate. Questo è lo spirito sbagliato per affrontare i problemi che si possono incontrare”*
- *“Bisogna capire di non capire”*
- *“Ci si deve sempre chiedere se un argomento è chiaro oppure no ed interrogarsi in merito”*
- *“Non si deve studiare libri su libri come in altre facoltà, ma una singola pagina può impegnare di più rispetto alla lettura di un intero libro di altra materia”*
- *“Lo studio della matematica è affascinante perché ci chiede sempre di capire il perché delle cose”*
- *“Un consiglio che vi potrà tornare utile è quello di chiedere l’aiuto del docente durante le ore di ricevimento”*
- *“Chi si iscrive a matematica è la classica persona a cui la matematica piace e la considera poco faticosa. Fate attenzione: è una matematica diversa da quella che siete abituati a vedere a scuola!”*

Come si può vedere, è stato un dialogo quasi tra pari: franco, senza abbindolamenti e false pubblicità di circostanza; le difficoltà del corso non sono state nascoste, ma sono state analizzate e interpretate alla luce dell’esperienza diretta di alcuni tutor, consegnandole ai ragazzi nella giusta ottica. Penso che tra i ragazzi, coloro che simpatizzano e amano il vero senza compromesso siano stati conquistati anche da questo *modus operandi*.

2.1 L’incontro con i laureati

Le opportunità di lavoro che offre una Laurea in Matematica sono spesso sottovalutate; l’insegnamento e la ricerca sembrano essere gli unici sbocchi professionali. L’incontro con alcuni giovani laureati in matematica ha fatto conoscere agli studenti delle Scuole Superiori molte possibilità di impiego, alternative a quelle classiche.

L’incontro è stato così strutturato: la prima parte è stata dedicata al racconto dell’esperienza universitaria e lavorativa dei laureati; la seconda agli interventi e alle domande degli studenti, con la partecipazione di alcuni iscritti a Matematica (Tutors nei vari laboratori).

I ragazzi si sono così presentati:

- Valentina insegna con incarichi a tempo determinato da quando ha finito gli studi e la sua ambizione è l'immissione in ruolo. Ha sempre amato questa materia e non potrebbe immaginare un lavoro diverso;
- Samuela si occupa di modelli di ottimizzazione nel settore del trasporto pubblico;
- Anna è un analista programmatore e responsabile di progetti informatici;
- Elena realizza sistemi di sicurezza basati su crittografia in ambito finanziario;
- Lucia è docente a contratto presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Siena;
- Jama ricopre il ruolo di analist senior presso il settore Information and Communication Technology presso Netikos (ex Finsiel, ex Tecsiel);
- Claudia è responsabile della "Digitization" nell'area Global Services presso GE Nuovo Pignone (GE - Oil & Gas);
- Giuseppe è assunto presso la Ask com dove si occupa del trattamento di una mole considerevole di dati;
- Mattia lavora presso l'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, per lo sviluppo di modelli numerici nella simulazione di fenomeni legati alle eruzioni vulcaniche.

I laureati hanno sottolineato più volte quanto siano stati utili, per il lavoro che svolgono, gli argomenti e le metodologie apprese durante il corso di studi in matematica.

Capacità di astrazione, familiarità con il linguaggio scientifico, elasticità nell'affrontare i problemi, capacità di creare modelli matematici della realtà che si studia e sistemi di ottimizzazione, sono stati utili per affrontare qualsiasi tipo di impiego. Le stesse aziende ricercano laureati in matematica perché posseggono più di altri un'ottima flessibilità sul lavoro, riescono ad affrontare con facilità ruoli differenti e a passare facilmente da un settore ad un altro.

Dall'incontro è emerso inoltre come possa capitare che un giovane laureato in matematica trovi impiego in un'azienda, e poi decida successivamente di passare all'insegnamento; molto meno frequente invece risulta il passaggio inverso.

I ragazzi delle superiori sono rimasti colpiti dalle esperienze raccontate e allo stesso tempo stupiti per la facilità con cui i laureati hanno trovato lavoro in una società, la nostra, che non sembra offrire molte possibilità di impiego.

Dal racconto dell'esperienza universitaria è emerso che, comunque, chi si iscrive a matematica lo deve fare non pensando principalmente ad un lavoro futuro, ma spinto dall'amore per la matematica. Molte saranno le difficoltà e le volte che si uscirà da una lezione con le idee molto confuse senza aver compreso quasi nulla (può accadere anche in altri corsi di laurea), ma tutto ciò non deve spaventare, con un buon lavoro di revisione personale, costante e fatto fin dalle prime lezioni, e l'uso delle ore di ricevimento dei docenti, gli ostacoli possono essere superati.

Alla luce anche delle esperienze personali, o di conoscenti, i laureati e i tutors hanno suggerito che nel dubbio è sempre meglio iscriversi a matematica e poi eventualmente cambiare dopo; molto più difficile è il passaggio contrario.

L'ambiente è cordiale e si possono stringere facilmente amicizie che durino nel tempo.

1.0.1. Le domande

Dopo le presentazioni dei ragazzi la Prof.ssa Zan ha sollecitato interventi e domande. Alcuni studenti si sono così espressi:

“Mi spaventa la sicurezza e facilità della matematica delle superiori e l'astrattezza di quella universitaria”;

“Sono contento di essere venuto a questo incontro perché ho visto quali possibilità di impiego può offrire la laurea in matematica, oltre all'insegnamento e alla ricerca”;

“Sono indecisa se fare matematica o medicina. Quali, se esistono, le applicazioni della matematica alla medicina?”.

E inoltre

I lavori che fate non sono strettamente matematici. Avete mai pensato che forse potevate fare la facoltà attinente al vostro lavoro?

Il lavoro che ognuno di noi svolge richiede la capacità di saper sviluppare modelli matematici e non saper fare l'informatico, il geologo....

Sono sconcertato! Non pensavo che la matematica potesse essere così astratta; a scuola è più calcolosa!

E' per questo motivo che è fondamentale amare la matematica, altrimenti non si riescono a superare le difficoltà che si incontrano!

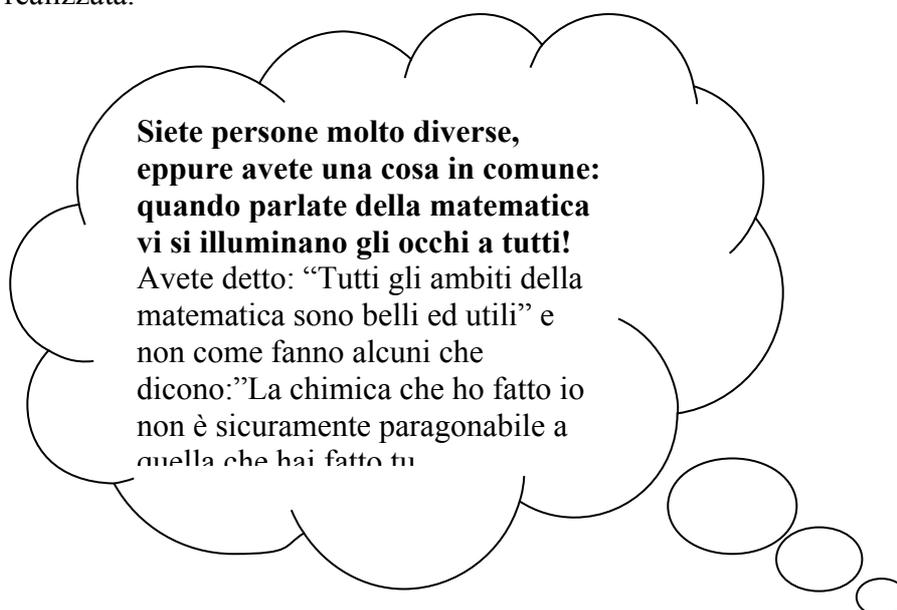
Quanto incide la preparazione scolastica sulla buona riuscita degli studi?

A matematica ricominci tutto da capo! A volte, chi proviene dal liceo scientifico è svantaggiato, perché possiede concetti troppo strutturati e non riesce a vedere al di là delle sue cognizioni.

Quali materie ci sono nel corso di studi? Matematica 1, Matematica 2... sembrano materie ripetute...

Anche la matematica è settoriale. Ognuno di noi conosce solo una parte della matematica. Non sono sempre gli stessi argomenti ripetuti!

L'incontro si è chiuso con una considerazione espressa da una ragazza che esprime l'importanza dell'iniziativa realizzata.



2. Conclusioni

Fondamentalmente penso che l'iniziativa della settimana matematica sia una bella occasione per un ragazzo che, di fronte alla scelta universitaria, è incerto se fare matematica o meno, una bella opportunità che sicuramente può favorirli nell'orientamento.

Risposte del questionario somministrato che reputo significative a questo proposito sono:

Valeva la pena partecipare all'esperienza?

101 ragazzi su 125 dicono "Decisamente sì", 22 "Più sì che no" ... Il 98% risponde positivamente.

L'esperienza dello stage ti sarà utile nella scelta dei tuoi studi futuri?

Ben 112 ragazzi si esprimono positivamente, e a questo proposito ad una domanda aperta qualcuno ha risposto: "*Perché mi hanno dato le risposte che cercavo riguardo a questa facoltà, e mi hanno chiarito molto le idee*".

Un altro aspetto che mi sento di commentare è che partecipando allo stage i ragazzi hanno conosciuto aspetti della matematica che non conoscevano, e questo non tanto nei contenuti, ma nella filosofia, nella logica con cui sono stati trattati gli argomenti nel dipartimento rispetto all'ambiente scolastico. Infatti alla domanda

Per quale motivo ti sono piaciute le attività che hai apprezzato di più? Ci sono state risposte come:

"Perché mi hanno fatto conoscere la matematica dall'aspetto universitario, che è molto diversa da quella del liceo"... *"Perché hanno mostrato diversi aspetti della matematica, non conosciuti";* *"Perché mi hanno avvicinato alla vera matematica";* *"Perché mi hanno fatto vedere la matematica non come materia scolastica, ma come disciplina applicabile;* *"Perché sono riuscite a farmi conoscere ed apprezzare la matematica, sotto alcuni punti di vista che non conoscevo"*

Questo conferma il fascino della nostra materia, non preoccupiamoci di come o cosa dire per convincere i giovani a iscriversi a Matematica, facciamo parlare lei, parlerà sicuramente ai cuori di chi è predisposto.

In definitiva l'iniziativa ritengo che sia assolutamente da ripetersi anche nel futuro, sono le risposte dei ragazzi che ci incoraggiano in tal senso. Magari sarebbe buono migliorarci in quelli che sono i difetti denunciati nella compilazione dei questionari (come la troppa durata dell'incontro con i laureati e l'aver relegato gli studenti ad un ruolo di semplice ascolto, talvolta anche in alcuni laboratori): ai ragazzi piace partecipare attivamente, la loro resistenza all'ascolto passivo è alquanto limitata.