Università di Pisa

Corso di Perfezionamento in
"Strategie didattiche per promuovere
un atteggiamento positivo
verso la matematica e la fisica"

Relazione Laboratorio secondo semestre

Problem Solving
&
Apprendimento cooperativo

Ester Balducci
4 aprile 2007

Per il laboratorio del secondo semestre, ho deciso di presentare alcune delle attività svolte quest'anno nelle mie classi, con metodologie didattiche suggerite dal corso di perfezionamento stesso.
Per motivi di tempo , durante la relazione pomeridiana ne sono state presentate solo alcune parzialmente, mentre in questa relazione le riporterò tutte .

Le classi in cui ho proposto queste attività sono una quinta ginnasio, una prima e una seconda liceo classico. Tutte le classi sono poco numerose (rispettivamente 13, 14,20 alunni) ed è dunque più semplice ritagliarsi dei tempi per sperimentare nuove metodologie, per trovare nuove strade di comunicazione con i ragazzi .

Ritengo comunque che nessuna metodologia , per quanto innovativa e divertente, possa supplire totalmente allo studio personale. Quello però che più mi interessava, era vedere se tali metodologie creavano domande negli studenti e ovviamente risposte.
La carenza che noto maggiormente infatti , utilizzando metodi più tradizionali , è che non stimolano affatto lo studente a porsi domande. Io stessa mi accorgo , che nel tentativo di essere più chiara possibile , in realtà faccio le domande e mi rispondo , faccio vedere loro tutte le possibili applicazioni, svelo i tranelli prima che ci cadano. Non faccio un buon lavoro. Quest'anno ho in terza classico, un gruppo di studenti di cui sono l'insegnante da quattro anni e toccare con mano, ora che stiamo studiando l'analisi, (cioè un momento di sintesi forte di tutto quello che si è fatto precedentemente) che di tutto questo lavoro non è rimasto quasi nulla , mi ha sconfortato parecchio . L'insuccesso brucia anche agli insegnanti.
Dunque nella speranza di trovare un'idea che mi togliesse da questa situazione, ho seguito il corso di perfezionamento e ho sperimentato nelle classi le metodologie proposte al corso immediatamente. La lezione della professoressa Pesci ,e del professor Luminati sono state particolarmente illuminanti.

QUINTA GINNASIO

In quinta ginnasio, utilizzando la metodologia dell'apprendimento cooperativo, dopo aver spiegato i vari ruoli all'interno dei gruppi, che ho fatto formare spontaneamente, è stato posto il seguente problema :
Dato un triangolo equilatero dimostrare che , qualunque sia il punto P scelto interno ad esso, la somma delle distanze dai lati non dipende dalla scelta di P.

Alla data in cui ho proposto questo problema , avevamo svolto il programma di geometria fino ai criteri di uguaglianza dei triangoli e conoscevano la geometria analitica della retta. Non mi interessava che risolvessero il problema , anche perché il tempo concesso era pochissimo, volevo vedere cosa riuscivano a elaborare in modo creativo proprio perché gli strumenti a loro disposizione non erano del tutto completi.

Alla fine dei 30 minuti di lavoro , ho raccolto le relazioni dei tre relatori scrivendo alla lavagna , mentre loro leggevano , le cose che venivano fuori.
Le riporto qui fedelmente
Gruppo 1.
Abbiamo disegnato con riga e compasso un triangolo equilatero abbiamo preso dei punti a caso all'interno e abbiamo tracciato le tre distanze. Le abbiamo misurate col righello e intanto abbiamo visto che è proprio vero. <u>Poi c'è venuta la curiosità</u> di vedere se questo valeva anche per i punti dei lati stessi e abbiamo visto che la faccenda era ancora valida e poi anche sul vertice.

Allora abbiamo scoperto che questa costante ,se poi il teorema fosse proprio vero, sembrerebbe così, non è altro che la misura dell'altezza.

Gruppo 2

Non ci riusciva proprio dimostrare questa cosa. Abbiamo visto che spostando il punto P c'è una distanza che aumenta un'altra diminuisce e quindi ci deve essere una specie di compensazione. Però abbiamo capito una cosa bella: possiamo prendere un punto particolare interno al triangolo equilatero : l'incentro. Le tre distanze sono il raggio del cerchio inscritto al triangolo . Quindi abbiamo scoperto che la costante è 3R

Gruppo 3

Abbiamo disegnato il triangolo equilatero e abbiamo messo un sistema di coordinate cartesiane con un lato sull'asse x e l'asse y che passa quell'altro vertice.
Le coordinate dei tre punti sono: (-3,0) (3,0) (0,3)
Ci siamo messi a fare i conti dell'equazione dei lati e poi abbiamo preso due punti P (0,1) e Q (1,1) e non ci tornano uguali.

Quando ascoltavo quello che avevano scoperto, mi sono un po' emozionata. Infatti li ho lodati tantissimo per ogni cosa che avevano fatto e ho visto , che per quanto nessuno avesse centrato l'obiettivo , non avrei certo potuto valutare il loro lavoro negativamente. Il fatto che in qualche modo potessi apprezzare il loro lavoro comunque , mi rilassava molto psicologicamente , ero davvero felice quella mattina.

Sono passata poi a registrare le relazioni degli osservatori:

Gruppo 1

Mi son dimenticato di osservare , ero preso con gli altri a misurare , però abbiamo lavorato tutti

Gruppo 2

C'era Giada che non era d'accordo sul procedimento deciso dagli altri, perché diceva che non era una dimostrazione di nulla e c'è voluta tutta a convincerla che doveva dire nella relazione quello che aveva deciso la maggioranza

Gruppo 3

Riccardo si è dissociato a un certo punto ha detto che lui cercava da sé un altro modo perché questo era troppo pieno di calcoli ,non so se l'ha trovato.

Come aveva suggerito la prof. Pesci ho lasciato anche diritto di replica e

Giada

Gruppo 2

Pensavo che non andasse bene fare delle prove particolari però dopo che lei ci ha fatto vedere che invece questa dell'incentro era una bellissima idea sono stata contenta

Riccardo

Gruppo 3

Non sono riuscito a dimostrare per i fatti miei il teorema , ma io i calcoli non li sopporto prof. lo sa, e non pensavo che questa idea del piano cartesiano fosse buona come invece lei ha detto.

Ho assegnato poi una questionario dove richiedevo esplicitamente di scrivere le impressioni generali su questa attività e riporto qui i vari commenti

Giacomo : a mio parere l'esperienza di ieri è stata particolare e costruttiva perché incentiva la logica e ci spinge ad utilizzare gli strumenti algebrici e geometrici che in altri ambiti sembrano un po' ' freddi ' . Mi è sembrata un'esperienza costruttiva e se ampliata può portare dei frutti a livello di ragionamento.

Glauco: Per me i lavoro di gruppo è servito, sia dal punto di vista applicativo, cioè ci siamo confrontati fra di noi, abbiamo ragionato su di un problema e abbiamo cercato una soluzione, sia anche da un punto di vista collettivo, cioè come classe ci siamo organizzati , con compiti precisi, mettendoci in relazione gli uni con gli altri

Riccardo: il lavoro di gruppo va bene, può essere utile , ma la divisione dei ruoli è dispendiosa e fa perdere tempo.

Shaula: Penso che il lavoro svolto in classe possa essere utile a tutti soprattutto per imparare a ragionare meglio e a capire, seguendo i punti di vista di tutti i partecipanti, che esistono più modi per arrivare alla risoluzione di uno stesso problema. I vari gruppi devono però essere formati in modo tale che tutti possano partecipare attivamente contribuendo al lavoro in egual parte, senza che qualcuno dei componenti lavori ' da solo'.
Celeste: secondo me l'esperienza è utile per esempio in previsione di un compito e per altro, perché bene o male ci obbliga a riflettere e a ragionare sul problema che abbiamo di fronte. Quindi io penso che questa esperienza si debba ripetere.
Ilaria:ho trovato utile l'esperienza fatta. Lavorare in gruppo fa apparire il lavoro più leggero e piacevole
Giulia: secondo me quest'esperienza è stata utile perché abbiamo avuto modo di esporre a turno le nostre opinioni e confrontarle. Se qualcuno di noi non riusciva a capire le richieste del problema, le altre avevano modo di aiutarla. L'unica cosa a cui dovevamo prestare un po' più d'attenzione è stato il tempo. Per il resto penso che questa esperienza si possa ripetere.
Giada : ho trovato il lavoro interessante perché se si fosse lavorato ognuno per conto proprio , almeno io, non sarei arrivata a dire quelle cose in quel tempo anche perché si ha uno scambio di idee. E' importante anche la divisione dei ruoli perché così ognuno è costretto a lavorare o almeno ad ascoltare quello che dicono gli altri.

Riporto i commenti tenuti anonimi

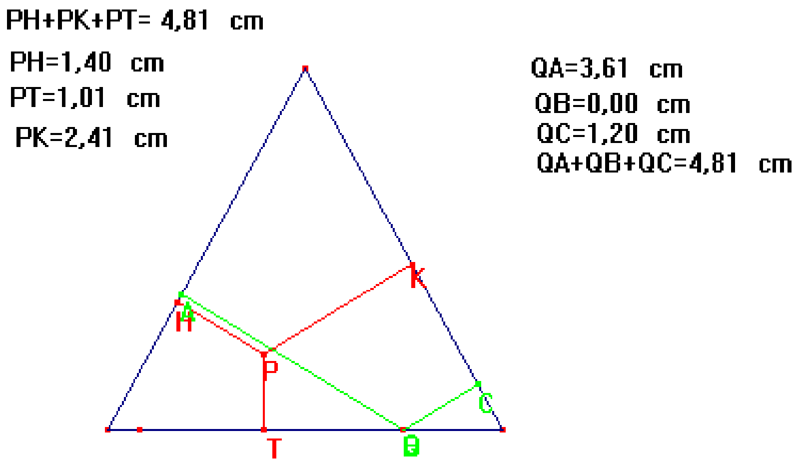
Il lavoro di gruppo di ieri , secondo me, è stato costruttivo. Mi è sembrato più facile lavorare sui problemi e tentare di risolverli. Secondo me sarebbe giusto rifarli ed esercitarsi così in previsione di compiti ed interrogazioni.

L'esperienza mi è piaciuta e l'ho trovata molto utile perché si può capire meglio come risolvere e come affrontare un problema, dato che eravamo in 4. Anche personalmente l'ho trovata molto utile perché ho potuto capire meglio i meccanismi e i procedimenti per quella tipologia di problemi

L'esperienza mi è piaciuta molto , perché è stato interessante vedere come interagivamo fra noi. Mi sono piaciuti anche i ruoli che ognuno di noi ha ricoperto. Secondo me è un buon metodo di lavoro perché in questo modo posso vedere come ragionano e procedono gli altri.

Nel frattempo al corso , una collega aveva presentato il software di Cabrì e io in classe avevo spiegato il teorema di Talete, quindi ho presentato ai ragazzi il software, e mi è venuto in mente di proseguire questo lavoro di gruppo un po' estemporaneo.

E' seguita successivamente una lezione in laboratorio di informatica dove con Cabrì ho insegnato loro a costruire una dimostrazione " di Cabrì" del problema e la cosa li ha molto entusiasmati .

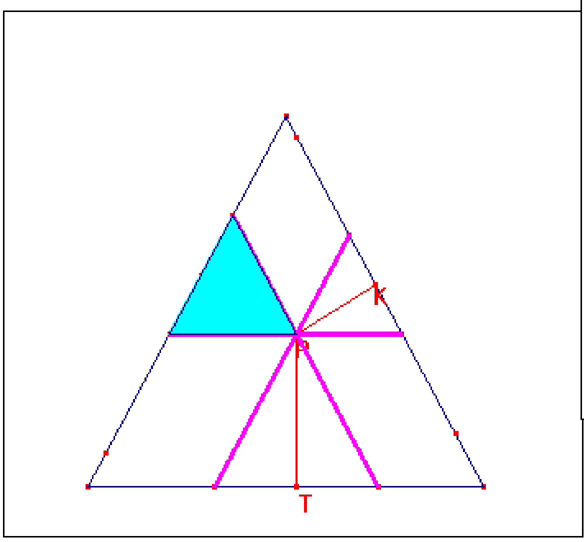


Utilizzando il puntatore si può spostare il punto P all'interno del triangolo e mentre si osserva che le distanze PH , PT e PK cambiano, la loro somma in alto resta immutata. Ho vincolato poi il punto Q sul bordo del triangolo e con l'animazione , se lo facciamo girare lungo il perimetro, vediamo che le distanze QA, QB e QC si annullano una alla volta e due nei vari vertici, ma la somma resta la stessa.

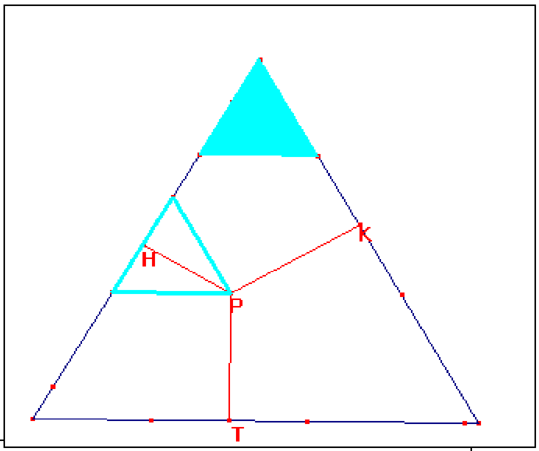
Nella lezione successiva li ho divisi di nuovo in gruppi, mantenendo i gruppi della prima lezione e ho assegnato loro il seguente compito:
Consegna *: alla luce delle lezioni di geometria sintetica svolte in classe , provare a eseguire una dimostrazione utilizzando Cabrì per creare le figure opportune*

Riporto fedelmente i loro elaborati cosi come me li hanno presentati in formato Word con le figure disegnate con Cabrì. Hanno lavorato con molto entusiasmo . Il tempo a disposizione era 120 minuti.

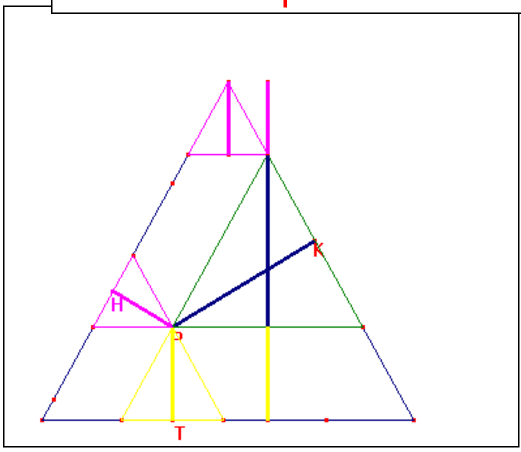
Relazione Gruppo 1



Si costruisce il triangolo equilatero .
Prendiamo P interno ad esso
Tracciamo per P le parallele ai tre lati del triangolo. PT, PK , PH sono le tre distanze.
PH si vede nella figura successiva.
Tutti e tre i triangoli che si vedono sono equilateri.



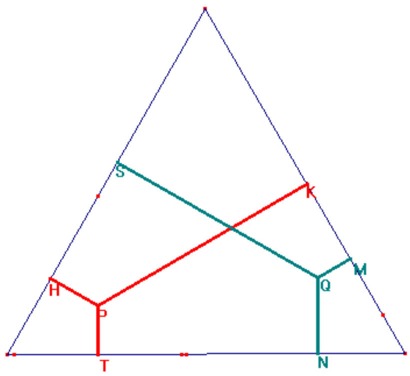
Con una traslazione portiamo il triangolo azzurro a coincidere nel vertice in alto. Essendo triangoli equilateri la posizione assunta coincide con quella di figura



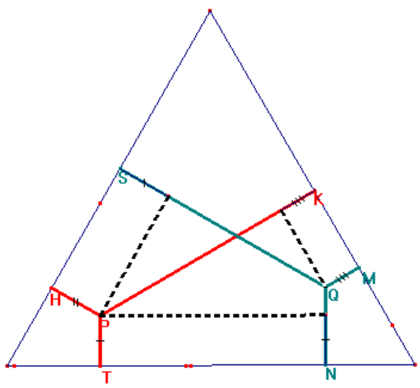
Ora poiché le altezze dei triangoli equilateri sono tutte uguali possiamo considerare quella che ci torna meglio
Il disegno mostra chiaramente che la somma fa proprio l'altezza del triangolo come avevamo visto sperimentalmente

E' chiaro che a questa dimostrazione manca la parte che giustifica l'uguaglianza dei due triangoli rosa.

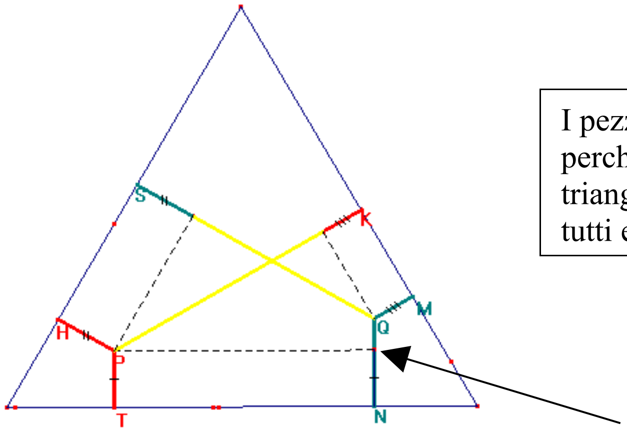
Relazione Gruppo 2



Si prendono due punti a caso P e Q e si tracciano le tre distanze dai lati. Bisogna trovare il modo di dimostrare che il percorso verde è uguale a quello rosso

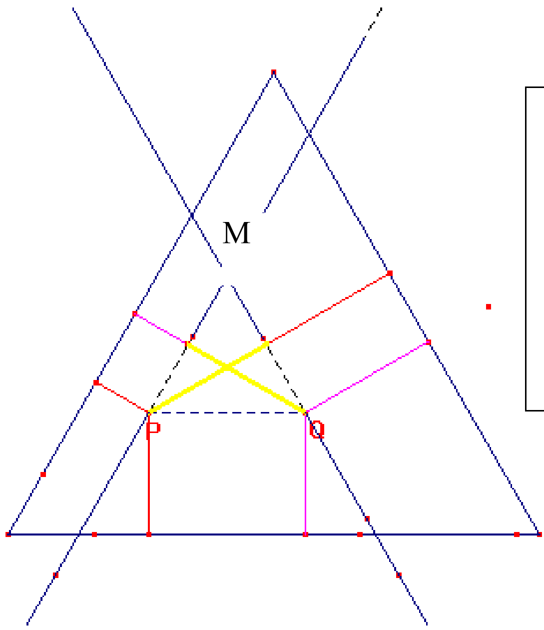


Tracciamo le parallele ai lati e segniamo i segmenti congruenti perché sono lati di opposti di rettangoli

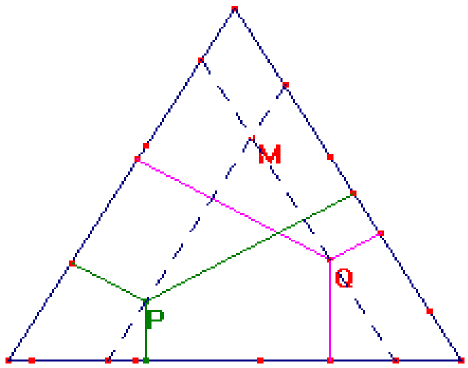


I pezzi gialli che restano sono uguali perché si può dimostrare che i triangoli sono uguali , sono infatti tutti e due rettangoli.

Questa dimostrazione è sbagliata , mancava un pezzo di segmento indicato dalla freccia di cui non si erano accorti, e ovviamente i triangoli rettangoli non sono uguali, ma ho comunque preso spunto dal loro errore per chiedere se per caso P e Q fossero stati su una parallela al lato cosa sarebbe accaduto .Hanno elaborato questa figura

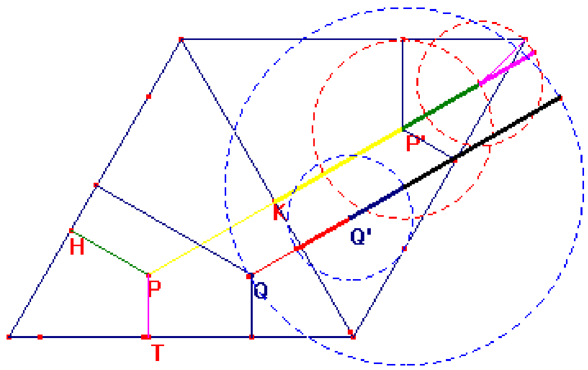


Qui i triangoli rettangoli gialli sono uguali .
Hanno scoperto da soli che questo risolve comunque il problema, perché il punto intersezione M delle parallele fa da ponte come mostra la figura finale …..



P ed M soddisfano alla proprietà perché stanno sulla stessa parallela ad una lato (il triangolo equilatero lo possiamo girare come si vuole) M e Q lo stesso, allora per transitività anche P e Q hanno la stessa proprietà

Gruppo 3



Abbiamo fatto la simmetria assiale di asse il lato del triangolo e abbiamo riportato i simmetrici di P e Q chiamandoli P' e Q'. Allora i segmenti gialli e rossi sono per forza uguali.(qui li ho corretti perché 'per forza' non è una dimostrazione) Poi abbiamo col compasso tracciato la circonferenza di centro P' e Q' coi raggi uguali ad altre due distanze che si riconoscono dal colore usato e dall'intersezione con la circonferenza ne abbiamo tracciata un'altra con la terza distanza come raggio. Si vede bene che la somma dei tre segmenti è uguale per entrambe i punti .

La discussione successiva è stata molto animata perché questa dimostrazione non veniva riconosciuta molto dagli altri due gruppi . Contestavano il ' si vede' , ma anche il disegno mostra chiaramente ..' del primo gruppo non è diverso….oppure sì ?

Quindi è chiaro che alla fine, con la guida mia , la faccenda è stata un po' redenta, ma non ho risolto la questione ….volutamente.

Alla fine di questa attività , al di là della dimostrazione in sé è effettivamente sorta una domanda importante …proprio da loro. **Quando è che si può dire che una dimostrazione è proprio riuscita?**
Ho deciso di non dare risposta ,ma di convenire insieme come gruppo classe di stabilire quando per noi una dimostrazione è da ritenersi valida. Il lavoro non è stato ancora

concluso , ma la domanda che ne è uscita mi sembra davvero importante. Nel frattempo stiamo studiando le proprietà delle trasformazioni geometriche con Cabrì e i ragazzi si sono molto appassionati. Per 'dimostrare' per esempio che una simmetria assiale trasforma un segmento in un segmento , abbiamo utilizzato l'opzione 'traccia' di Cabrì, mentre il punto P scorre fra gli estremi A e B , si vede che P' lascia una traccia fra A' e B' che è proprio il segmento che passa per i due punti. Lo si è visto anche per una circonferenza e per una retta. Con Word, riportando le figure costruite con Cabrì , stanno scrivendo da soli il loro libro di geometria con Cabrì. La cosa che mi piace di più di tutto questo è che suona la campanella dell'uscita da scuola e devo esortarli a salvare su dischetto ed ad andarsene. Devo verificare ancora però se questo lavoro lascia una traccia (come col Cabrì) nelle loro menti.

PRIMA LICEO CLASSICO

Nella prima Liceo Classico, ho sfruttato molto di più questa metodologia, anche perché ho sempre lavorato molto male con questa classe. Fin dal primo anno si è innescato un meccanismo deleterio, dato l'elevato numero di ragazzi in difficoltà. E' accaduto che i più "bravi" , consci della loro superiorità hanno detto dentro di loro: ' Non possono bocciare tante persone in una classe, quindi noi per quanto poco facciamo siamo tranquilli'. Dunque è diventato quasi un merito non aprire libro e prendere la stretta sufficienza comunque , dato il livello molto basso di tutti gli altri. In quinta ginnasio ho dovuto assegnare il corso di recupero a otto persone su tredici , a settembre nessuno aveva fatto il lavoro assegnato durante le vacanze , e dopo diciannove ore di corso di recupero fatto durante i primi quindici giorni di settembre , nessuno ha superato la verifica. La situazione era davvero sconcertante e frustrante. Era chiaro che la metodologia della lezione frontale non poteva essere riproposta e così mi sono fatta male da sola e ho preparato tutta una serie di schede di lavoro di ripasso ,argomento per argomento , consegnate a loro settimana dopo settimana e che restituivo corrette. Poi la prima settimana di febbraio li ho fatti lavorare in gruppo secondo questo schema

Modalità : lavoro di gruppo
formazione obbligata
Gruppi per argomento da recuperare

Lezione 1 . (2h)

Studiamo insieme la teoria : chi la sa la spiega altrimenti leggiamo sul libro , altrimenti chiamiamo la prof.

Lezione 2. (2h)

Facciamo gli esercizi dei compiti che non ci sono riusciti e riproviamoci insieme

Lezione 3. (2h)

La prof . ci dà degli esercizi nuovi , ci proviamo da soli per vedere se abbiamo davvero capito e se no ci aiutiamo.

Chi non aveva da recuperare ha fatto un'attività di help nei confronti dei propri compagni o si sono messi a risolvere alcuni quesiti di quelli proposti alle prove di ammissione alla Scuola Superiore S.Anna di Pisa.
Il risultato è stato molto soddisfacente. Hanno recuperato tutti meno uno.
Riporto qui, come esempio anche il tipo di scheda che assegnavo loro come compito a casa durante il primo quadrimestre:

Corso di recupero Classe I Liceo Classico Geometria analitica
Prima di cominciare , guarda che ore sono e scrivi qui__**inizio ore**___________________
Prerequisiti : devi sapere che cosa è un piano cartesiano con assi ortogonali, devi saper disegnare un punto P del piano cartesiano conoscendo le sue coordinate..
Se non sai fare questa operazione vai a pagina 5 del libro F di geometria analitica e ricopia nello spazio sottostante il paragrafo 1.

Ora che sai disegnare i punti nel piano cartesiano , introduciamo la formula della distanza fra due punti $A = (x_A, y_A)$ $B = (x_B, y_B)$. Se ti ricordi la formula, scrivila nello spazio sottostante :

Ricopia qua sotto la formula che trovi a pagina 7 del libro

Correggi la tua formula se trovi degli errori sostanziali . Riporta nello spazio sottostante gli eventuali errori che riscontri nella tua formula.

Sai dire perché questa formula è valida . Cosa c'è sotto ? Quale teorema stiamo applicando?

Quando i due punti hanno la stessa ascissa $A = (x_A, y_A)$ $B = (x_A, y_B)$, oppure la stessa ordinata $P = (x_P, y_P)$ $Q = (x_Q, y_P)$, la formula precedente si può scrivere in forma semplificata .

Scrivile qua sotto

$\overline{AB} =$

$\overline{PQ} =$

Riporta nello spazio sottostante le formule che trovi a pag 6

Correggi eventualmente le formule che hai scritto . Descrivi nello spazio sottostante gli errori commessi

Scrivi nello spazio sottostante la formula per determinare il punto medio M del segmento AB con $A = (x_A, y_A)$ $B = (x_B, y_B)$

Ricopia qui le formule del punto medio a pag 8

Correggi eventualmente le formule che hai scritto . Descrivi gli errori commessi

Sai dire cosa c'è sotto questa formula del punto medio? Quale teorema stiamo applicando?

Adesso completa la seguente tabella

$A=(x_A,y_A)$	$B=(x_B,y_B)$	$M=(x_M,y_M)$ punto medio	$d(A,B)$ distanza fra A e B
$(3,2)$	$(-4,0)$		
	$(3,2)$	$(6,8)$	
		$(6,8)$	5
	$(-4,0)$		5

Nel terzo e quarto caso quante soluzioni al problema puoi trovare? Perché?
Giustifica la risposta nello spazio sottostante

Adesso esegui i seguenti problemi . (prima svolgi gli esercizi in brutta copia e poi ricopiali in modo ordinato e preciso negli appositi spazi descrivendo a grandi linee cosa fai).

1) Determina il perimetro e l'area di un triangolo avente per vertici i seguenti punti $A=(-3,1)$ $B=(7.-4)$ $C=(3,-7)$. Dopodiché considera il triangolo MNP ottenuto unendo i punti medi dei lati e verifica che tale triangolo ha il perimetro metà di quello di ABC e l'area un quarto dell'area di ABC.

2) Dati i punti $A=(2.k-1)$ $B=(k+2,3k)$ con $k\in\Re$, dire per quale valore del parametro k il

4) Calcolare le coordinate del punto P appartenente all'asse delle ascisse equidistante da $A = (1,3)$ e da $B(5,1)$

Adesso hai finito la prima lezione di recupero scrivi qui che ore sono **fine ore_____________**

Riporto i commenti dopo l'attività svolta.

A me è piaciuto come metodo. Secondo me bisogna fare dei gruppi equilibrati e cercare di lavorare insieme da subito. Una volta che tutti hanno capito il procedimento e hanno partecipato alla risoluzione dell'esercizio si procede sennò si rischia di fare come sempre: i più svelti capiscono e gli altri restano a metà. Secondo me questo è un modo perché tutti possano andare dello stesso passo se c'è equilibrio e collaborazione.
Mi piace.

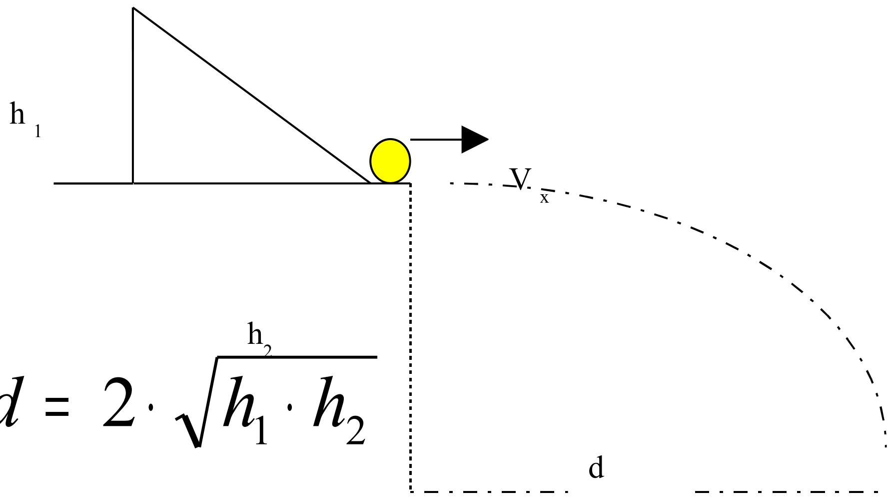
Questo metodo di studio è funzionale perché serve a capire meglio gli argomenti affrontati in quanto ognuno nel suo gruppo ha un ruolo preciso che lo fa partecipare attivamente all'argomento di studio. I compiti presi in ogni gruppo secondo me però non è molto facile definirli forse per questione di tempo o forse
anche perché le prime volte è così ma piano piano questo metodo viene capito per bene. In questo modo è facile e più chiaro capire un argomento affrontato in classe

Secondo me è stata una bella esperienza perché, utilizzando un nuovo metodo di apprendimento noi studenti, abbiamo ottenuto dei risultato che non ce l'avevamo fatto in 19 ore di corso di recupero. Però prof. ci poteva pensare prima ……………...

Dato il successo , ho riproposto la modalità anche per Fisica , dove in ogni caso hanno fatto meno fatica a lavorare.
L'attività proposta è stata la seguente , stavolta con gruppi formati da loro e con incarichi scelti da loro.
Tempo a disposizione 2H
Problema: *una pallina di metallo rotola su un piano inclinato Percorre un brevissimo tratto orizzontale sul tavolo (attrito trascurabile) e poi cade a terra sul pavimento.* ***Determinare quali sono le misure da prendere per sapere a priori a quale distanza dal piede del tavolo la pallina cadrà, eseguire poi l'esperienza pratica in laboratorio di Fisica e verificare il risultato ottenuto.***

Prima fase: in classe divisi per gruppi impegnati nella risoluzione teorica dell’esercizio, condivisa poi nell’ultimo quarto d’ora della prima ora di lezione

Risultato Condiviso



$$d = 2 \cdot \sqrt{h_1 \cdot h_2}$$

Seconda fase : in laboratorio di Fisica ogni gruppo prende le sue misure. Ogni gruppo ha un piano inclinato diversamente.
Terza fase : relazione individuale sul lavoro svolto.

Premetto che l’errore su questa misura risultava altissimo per tutti , circa il 20%. Solo un alunno è riuscito a redimere la faccenda riporto qui la sua relazione:

Materiale occorrente : tavolo, piano inclinato, sferette di massa diversa, un foglio di carta da pacchi, carta carbone, un metro (sensibilità del mm) , righello (sensibilità del mm) un’asta di legno.
Descrizione : abbiamo misurato l’altezza del piano inclinato col righello ottenendo la misura di 4,5 cm , abbiamo misurato l’altezza del tavolo 90 cm ,abbiamo poi posizionato in terra vicino al tavolo, la carta da pacchi con sopra il foglio di carta carbone ,girato in modo tale che, quando la pallina toccherà il pavimento , lascerà una traccia sul foglio sottostante.
Dopo aver posizionato la pallina sulla punta del piano inclinato l’abbiamo lasciata cadere per tre volte , misurando ogni volta la distanza dal tavolo (per questa misura ci siamo serviti dell’asta di legno, in quanto il bordo del tavolo sporgeva rispetto alla gamba) e abbiamo ottenuto 33,4 cm 32,8 cm 33,95 cm, mentre ci aspettavamo 42,4 cm. L’errore percentuale è molto alto 10 cm su 40 è circa il 25%.
Abbiamo eseguito una prova anche con la pallina di massa diversa , ma abbiamo ottenuto una traccia molto prossima alle altre e ciò ha confermato la previsione teorica che tale distanza non dipende dalla massa dell’oggetto. (infatti nella formula finale di d , la massa non compare).

L’unica cosa che abbiamo trascurato è l’attrito. Forse in qualche modo l’attrito entra in gioco nel calcolo dell’energia meccanica finale (durante il moto di rotolamento lungo il piano inclinato) , non tanto come dissipazione in calore, ma dissipazione in quanto una parte di energia viene sfruttata per far rotolare la pallina (se l’attrito non ci fosse la pallina scivolerebbe e basta)

Sono allora andato a vedere sul libro di testo al capitolo 9 pag 227 e vedo che se un corpo ruota intorno ad un asse ha un'altra energia cinetica chiamata rotazionale . In basso alla pagina c'è scritto:
Un cilindro che scende rotolando dall'altezza h giunge al fondo con la velocità che assumerebbe scivolando da un'altezza pari soltanto a i due terzi della quota effettiva
Dunque questo conferma che un bel po' di energia se ne va col rotolamento.
Suppongo di poter estendere il risultato a una sfera.......
Infatti se sostituisco nella formula i 2/3 di 4,5 ottengo 3 cm e alla fine trovo che d = 32,9 cm .

Francesco ha avuto molta ammirazione dalla classe. A nessuno era passato per il cervello che anche se una cosa non è stata spiegata in classe , si può comunque andare a studiarsela da soli.
Naturalmente ho preso la palla al balzo (visto l'esperimento ...torna anche in senso figurato) e ho dato questa ulteriore consegna , prima delle vacanze di Pasqua

Pensare alla realizzazione di un esperimento qualitativo che ci convinca definitivamente che il rotolamento disperde una certa quantità di energia cinetica , quantità di energia non trascurabile

Dopo le vacanze vedrò come se la sono cavata.

SECONDA LICEO CLASSICO

In seconda Liceo Classico sono state svolte due attività con i lavoro di gruppo nella modalità dell'apprendimento cooperativo. La prima è stata studiata nel tentativo di rendere meno tedioso lo studio delle formule trigonometriche , nella speranza che se ci ragionavano sopra da loro , magari se le sarebbero ricordate meglio in futuro .(non è poi andata così)
Dopo aver dato le prime definizioni di seno e coseno di un angolo ho diviso la classe in gruppi e ho spiegato loro i ruoli che ciascuno doveva ricoprire all'interno del gruppo .
La consegna era la seguente :

Gruppo N.......

Relatore

Orientato al compito

Orientato al gruppo

Osservatore

Problema

In trigonometria valgono due relazioni fondamentali :

1) $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

2) $\tan\alpha = \dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha}$

1) Calcola quanto vale $sen\dfrac{\pi}{4} \quad \cos\dfrac{\pi}{4} \quad \tan\dfrac{\pi}{4}$

2) Ci sono altri angoli che hanno il coseno uguale o opposto a quello di $\frac{\pi}{4}$?

3) Di un angolo β appartenente al secondo quadrante io so che $sen\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
Quanto valgono $\cos\beta$ e $\tan\beta$?

Riporto la scheda che ho consegnato loro al termine del lavoro di condivisione

Laboratorio di apprendimento cooperativo 24 Novembre 2006

Ho letto i vostri commenti e qui li riporto fedelmente conservando l'anonimato di ciascuno . Come richiesto da alcuni di voi, ho riassunto in breve alla fine che cosa abbiamo imparato .

La classe è stata divisa in due gruppi di 5 e due gruppi di 4 con i seguenti ruoli :
a) **Orientato al gruppo** : media e coordina all'interno del gruppo la discussione . Si occupa che nessuno faccia i fatti suoi, ma collabori effettivamente alla risoluzione del problema.
b) **Orientato al compito:** gestisce i tempi del lavoro di gruppo affinché al momento della discussione finale sia tutto pronto per relazionare in modo esauriente sul lavoro svolto dal gruppo
c) **Memoria :** prende appunti sulle idee che vengono fuori durante la discussione
d) **Relatore** : collabora con la Memoria nel perfezionare la versione definitiva e scritta del prodotto del lavoro di gruppo e presenta la relazione orale nella discussione finale
e) **Osservatore** : osserva e annota quello che non funziona all'interno del gruppo , (quello che funziona non deve essere modificato) , relazionerà alla fine della discussione con gli altri osservatori su cosa non ha funzionato all'interno del proprio gruppo.
N.B. nei gruppi di 4 persone i compiti c) e d) sono svolti da un'unica persona.
Ecco qua i vostri commenti.. Non sono responsabile dei vostri errori di sintassi : ho ritenuto corretto lasciare tutto così come me l'avete consegnato.

L'esperienza è positiva sia per quanto riguarda l'apprendimento sia per la partecipazione.

Secondo me , il nuovo metodo provato è stato utile perché, per una volta , invece di studiare è stato possibile imparare delle regole usando il ragionamento. Il fatto di essere divisi in gruppi ha fatto sì che tutti partecipassero attivamente e tutti provavano a trovare una soluzione invece di aver paura di dire una stupidaggine. Inoltre la soluzione di dare dei ruoli è stata anche un modo per responsabilizzarsi a portare a termine un lavoro seriamente, trovando le soluzioni ai problemi ed imparando nuove cose.

Questo metodo di studio mi è piaciuto, perché ha spezzato la monotonia delle classiche lezioni teoriche alla lavagna ed inoltre, anche attraverso la discussione con i compagni, mi ha permesso di chiarire alcuni punti che non avevo ben compreso durante la lezione precedente. Con questo metodo penso che si possa lavorare bene, anche se non sempre; magari lo potremmo sfruttare quando affrontiamo argomenti più complessi che con l'applicazione pratica potrebbero risultare più semplici .

Il nuovo metodo di lavoro , di matematica, mi è piaciuto perché va oltre la spiegazione alla lavagna, in più sono

Questa iniziativa mi sembra molto interessante e mi pare che abbia riscontrato un notevole successo nella classe, ma per quanto mi riguarda non ho visto dei vantaggi in

Secondo me è stata una bella esperienza perché, utilizzando un nuovo metodo di apprendimento noi studenti, abbiamo ottenuto delle nozioni importanti ricavandole dallo svolgimento del problema fra noi studenti. Mi è sembrato un ottimo metodo perché all'interno di ogni gruppo ogni studente aveva una particolare funzione da svolgere. Ritengo che questo sia un ottimo metodo alternativo per discostarsi dal classico metodo di studio.

Mi è piaciuto il nuovo metodo di insegnamento. Non so se è perché è una cosa diversa, ma così credo si impari più velocemente e ci si stanca meno, inoltre si usa il ragionamento, che con le lezioni troppo serie, non riusciamo ad usare bene. Inoltre il metodo di divisione dei compiti nel gruppo è utile anche per organizzarsi.

Secondo me è stata una bella esperienza perché, utilizzando un nuovo metodo di apprendimento noi studenti, abbiamo ottenuto delle nozioni importanti ricavandole dallo svolgimento del problema fra noi studenti. Mi è sembrato un ottimo metodo perché all'interno di ogni gruppo ogni studente aveva una particolare funzione da svolgere. Ritengo che questo sia un ottimo metodo alternativo per discostarsi dal classico metodo di studio.

Questo tipo di lavoro mi è piaciuto sia perché è molto più divertente ed appassionante della lezione canonica sia perchè lo ritengo più utile. Infatti almeno per me è importante imparare a lavorare in gruppo, cosa che non ci capita spesso di fare , ed inoltre lavorando in questo modo le cose svolte mi rimangono meglio in mente.

Secondo me è un metodo utile, in quanto dividendoci in più gruppi , ogni gruppo ragiona in modo diverso e quindi lo stesso problema si può vedere e affrontare in modi diversi, così c'è confronto. Inoltre ragionandoci insieme , più persone, la comprensione risulta facilitata.

Ritengo che questo nuovo modo di lavorare con gli argomenti trattati nelle ore di matematica e di fisica, proposto alla classe dall'insegnante e sperimentato oggi per la prima volta, vada sfruttato almeno 1 o 2 volte alla fine di ogni argomento poiché utile sia all'esercizio mentale della risoluzione dei vari problemi, sia ad un miglior uso del linguaggio specifico di queste materie. Inoltre dovendo lavorare a gruppi, ragionare insieme rendo più divertente e non monotona la lezione, anche per l'insegnante.

Personalmente , penso che il nuovo metodo sperimentato ieri sia utile, non solo perché fa apparire cose un po' complicate in maniera più semplice, ma anche perché riesce a coinvolgere attivamente tutta la classe. Mentre in una normale spiegazione ogni tanto qualcuno si può perdere per la strada. Sarebbe utile usare più tempo per confrontare i risultati ottenuti dai vari gruppi di modo che si riesca a seguire passaggio per passaggio il lavoro e la strada sfruttata fino ad arrivare alla soluzione e quindi conoscere quella nuova regola o metodologia di lavoro che prima ci era sconosciuta.

Personalmente ho apprezzato molto questo nuovo metodo lavorativo in quanto presuppone un ragionamento e un impegno diretto dello studente, senza limitare la lezione alla spiegazione dell'insegnante. In questo modo è possibile innanzitutto sviluppare le proprie capacità che altrimenti verrebbero messe in secondo piano ed inoltre è così possibile avere direttamente la certezza di aver capito la lezione senza rischiare di accorgersi solamente una volta tornati a casa di non aver capito un accidente. E' anche molto più divertente e produttivo in quanto l'essere
...usa mantiene viva l'attenzione che magari
...illare . Per quanto riguarda
...componenti del gruppo ritengo
... più seriamente , in quanto
...a responsabilità da non
... adesso a ricevere
...positiva in
...e perché sapere di
...one una
... fondo il
... i ruoli, penso.

Questo tipo di lavoro mi è piaciuto sia perché è molto più divertente ed appassionante della lezione canonica sia perchè lo ritengo più utile. Infatti almeno per me è importante imparare a lavorare in gruppo, cosa che non ci capita spesso di fare , ed inoltre lavorando in questo modo le cose svolte mi rimangono meglio in mente.

Questo metodo di studio è funzionale perché serve a capire meg... che lo fa partecipare attivamente all'argomento di studio. I comp... questione di tempo o forse anche perché le prime volte è così m... chiaro capire uno stesso argomento affrontato in diversi gruppi e...

Questo metodo di studio sperimentato ieri in classe a parer mio è stato molto efficace. Ha molti aspetti positivi: stimola di più l'interesse sull'argomento, poiché gli studenti sono tutti direttamente coinvolti. Il mio pensiero è molto positivo, forse perché appartenevo a un gruppo in cui non ci sono state prevaricazioni di uno studente sull'altro nel trattare l'argomento e tutti hanno collaborato equamente al problema. L'unica osservazione che devo fare è che secondo me alla fine del lavoro ci deve essere uno schema chiaro di quello che ne è stato ricavato

Il metodo che abbiamo sperimentato stamani mi è sembrato efficace , quanto in quel modo per quanto mi riguarda, è possibile imprimere in primo luogo meglio i concetti nella nostra mente e ascoltando gli altri gruppi è possibile vedere i diversi modi che ci sono per ragionare su uno stesso argomento. Da tutto questo non sono escluse le accese discussioni che più di ogni altro cosa ci portano a confrontarsi e in certi casi a riflettere su che cosa sbagliamo.

Il problema assegnato ai vari gruppi era il seguente :

Problema

In trigonometria valgono due relazioni fondamentali :

1) $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

2) $\tan\alpha = \dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha}$

1) Calcola quanto vale $sen\dfrac{\pi}{4}$ $\cos\dfrac{\pi}{4}$ $\tan\dfrac{\pi}{4}$

2) Ci sono altri angoli che hanno il coseno uguale o opposto a quello di $\dfrac{\pi}{4}$?

3) Di un angolo β appartenente al secondo quadrante io so che $sen\beta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Quanto valgono $\cos\beta$ e $\tan\beta$?

Tutti i gruppi hanno concluso il primo punto correttamente. I valori del seno e coseno dell'angolo di $\dfrac{\pi}{4}$ sono uguali perché un triangolo rettangolo con un angolo acuto di 45° è la metà di un quadrato. Poiché questo quadrato ha diagonale uguale ad 1 e poiché la relazione che lega la diagonale al lato del quadrato è

$l = \dfrac{d}{\sqrt{2}}$ se ne conclude che $sen\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{sen\dfrac{\pi}{4}}{\cos\dfrac{\pi}{4}} = 1$

Abbiamo visto come è facile trovare i valori delle funzioni trigonometriche di $\dfrac{\pi}{4}$. Analogamente , con ragionamenti analoghi, cioè di tipo geometrico, si trovano facilmente le funzioni trigonometriche di

$\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{10}$. Se qualcuno ha voglia di pensarci per la prossima volta, ci potrebbe far vedere come ricavare questi valori. (ad esempio Virginia ci racconterà come ricavare le funzioni dell'angolo di $\frac{\pi}{6}$, Federica ci racconterà come ricavare le funzioni di $\frac{\pi}{3}$, Francesca quelle di $\frac{\pi}{10}$)

Anche il punto 3 è stato svolto da tutti i gruppi, ma qui è stato fatto da tutti un errore. Vediamo cosa è successo: tutti hanno capito che la relazione fondamentale ci permette , dato il valore del seno di un angolo di determinarne il coseno, dopodiché la determinazione della tangente, una volta ottenuti seno e coseno segue direttamente dalla definizione.

Veniamo al dettaglio della risoluzione .

Dato che $sen^2\beta+\cos^2\beta=1$ sostituendo a $sen^2\beta=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$ si ottiene che $\cos^2\beta=1-sen^2\beta\rightarrow\cos\beta=\pm\sqrt{1-sen^2\beta}$ e dunque sostituendo si ottiene $\cos\beta=\pm\sqrt{1-\frac{3}{4}}=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$. Tutti i gruppi qui hanno scelto la determinazione positiva della radice., dimenticandosi che il testo diceva che β apparteneva al secondo quadrante e come tale ha ascissa (e quindi valore del coseno) negativo. Ne è risultato quindi anche il valore di tangente sbagliato nel segno. La risposta corretta era $\tan\beta=\frac{sen\beta}{\cos\beta}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}=-\sqrt{3}$.

Possiamo comunque dire in generale che data la relazione fondamentale , si deducono facilmente le seguenti formule valide per tutti gli angoli:

$$\boxed{\begin{array}{ccc} sen\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha} & & \tan\alpha=\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha} \\ & \ldots\rightarrow & \\ \cos\alpha=\pm\sqrt{1-sen^2\alpha} & & \tan\alpha=\pm\frac{sen\alpha}{\sqrt{1-sen^2\alpha}} \end{array}}$$

Queste formule sono abbastanza ovvie.

Meno ovvie anche se facili da ricavare sono le seguenti formule

$$\boxed{\cos\alpha=\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} \quad \text{e} \quad sen\alpha=\pm\frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}}$$

(**direi che Tommaso potrebbe fare questo sforzo per noi)**

A questo punto siamo in grado di svolgere tutta una serie di esercizi standard formulati in questo modo:

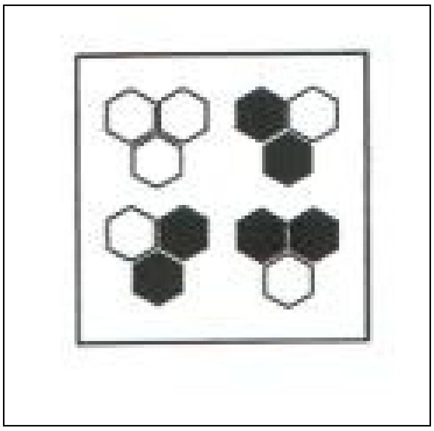
1) noto $sen\alpha=k$ calcolare i valori delle altre funzioni
2) noto $\cos\alpha=k$ calcolare i valori delle altre funzioni
3) noto $\tan\alpha=k$ calcolare i valori delle altre funzioni

Il secondo lavoro che ho loro proposto è stato durante le lezioni di informatica. Dedico a questo aspetto della matematica un'ora alla settimana. Non svolgo lezioni di utilizzo specifico di software ,ma gli insegno a fare dei piccoli programmi con un linguaggio Pascal italianizzato (leggi , scrivi …se allora…..per n volte….) .Il linguaggio si chiama L2P è un open source, si può scaricare direttamente da internet.

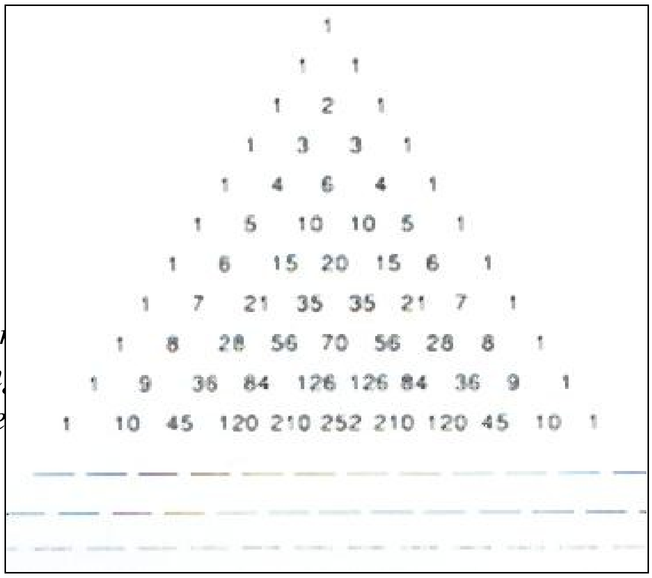
Poiché stavo svolgendo la parte che riguarda le procedure, ho pensato a questa attività di nuovo in gruppo , però stavolta , ogni gruppo aveva cose differenti da fare. La consegna è stata data in inglese perché con la collega di lingua ogni tanto facciamo questo.

Laboratorio : Procedura …… Preda cuor
Ovvero : regole diverse ……….. risultato…?

Gruppo1 : *Consegna :Usa la regola per colorare le altre righe*

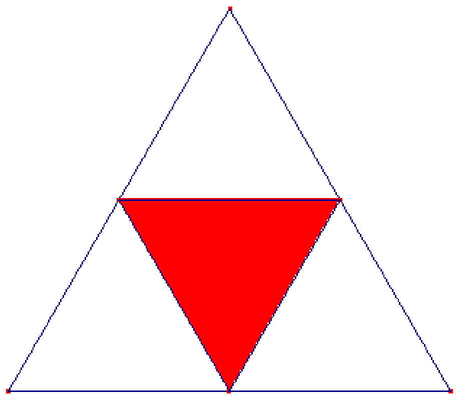


Gruppo2 : *Consegna : colora in nero i numeri dispari che compaiono nel triangolo di Tartaglia*

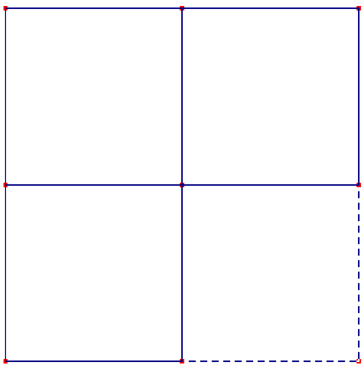


Gruppo 3 : *Consegi*
1)Disegna un trian
2)Unisci i punti me

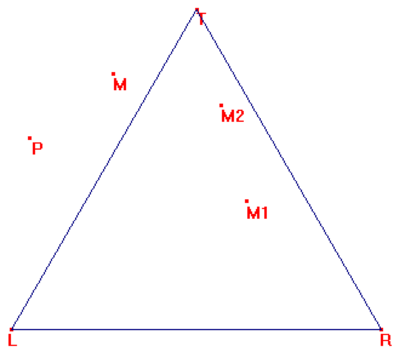
3)Colora di rosso il triangolo al centro
4)Torna al punto 1 e ripeti su uno qualunque dei triangoli equilateri generati

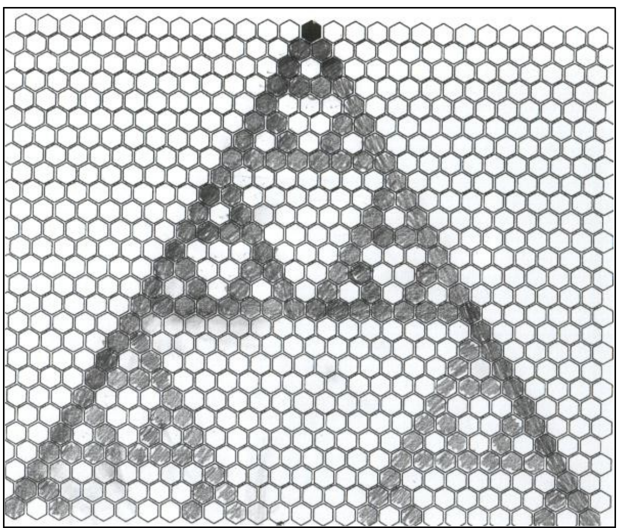


Gruppo 4 : *Consegna Esegui la seguente procedura*
1)Disegna un quadrato
2)Dividilo in quattro quadrati uguali
3)Elimina il quadrato in basso a destra
4)Torna al punto 1 e ripeti su uno qualunque dei quadrati rimasti



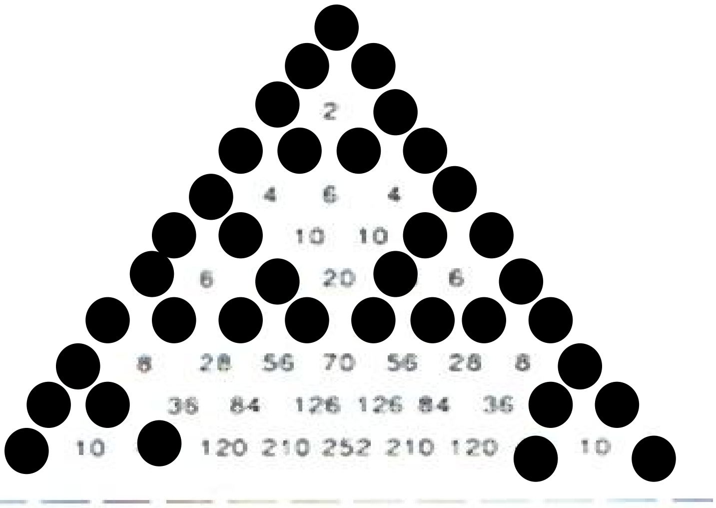
Gruppo5 : *Consegna ; realizza un programma in L2P che esegua questa procedura:*
1)Fissare tre punti del piano opportunamente in modo che il triangolo risulti equilatero : chiameremo questo punti
T (top), L (left) e R (right)
1)Scegliere un punto a caso del piano, chiamiamolo P
2)Scegliere a caso uno dei tre vertici del triangolo
3)Prendere il punto medio M fra P e il vertice scelto
4)Ritornare al punto 2 sostituendo P con M.



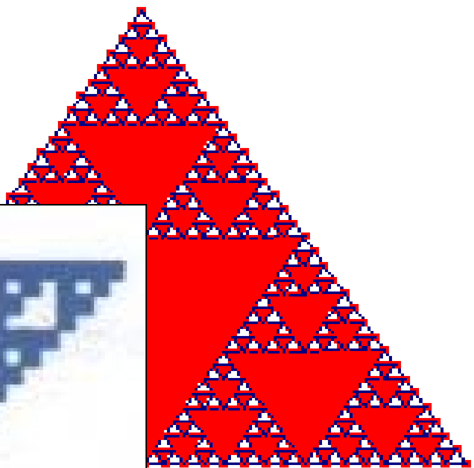


Gruppo1

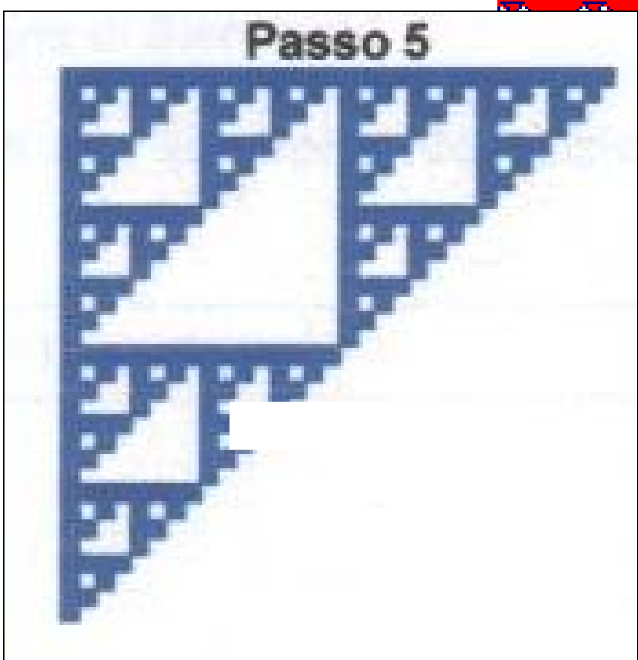
Gruppo 2



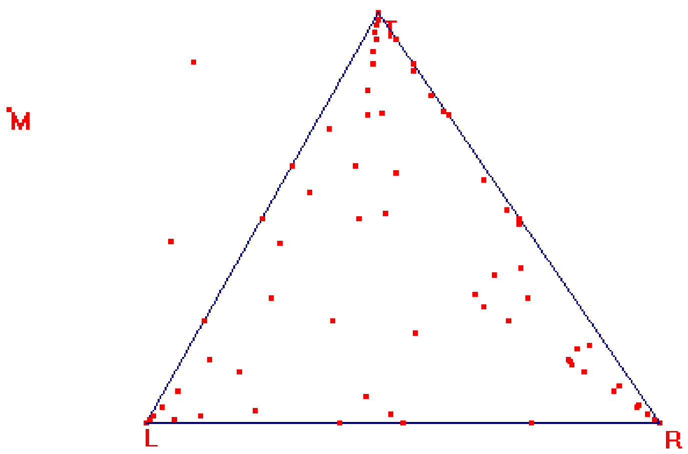
Gruppo 3



Gruppo 4



Gruppo 5



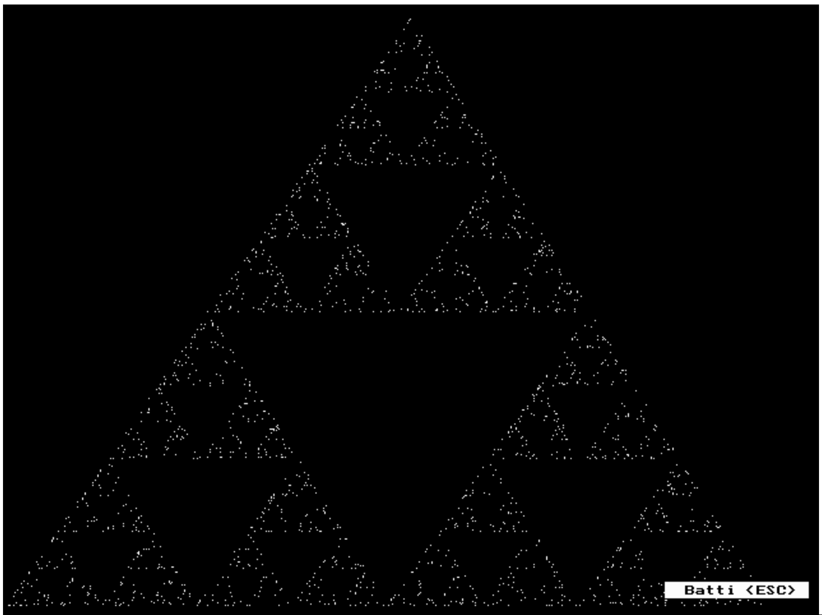
Naturalmente eseguire con Cabrì la procedura risulta piuttosto lunga dunque hanno fatto un programma in L2P che eseguiva l'algoritmo .
Riporto il listato

```
programma graf0
cost x1=2;y1=470;x2=600;y2=470;x3=320;y3=10  * Qui si definiscono i vertici del
var xp ,yp,caso,v :integre                     del triangolo*
inizio
leggi ' quante volte vuoi iterare il processo?',v
xp:=round(random()*640)      * si sceglie a caso un punto del piano anche al di
yp:=round(random()*480)           fuori dei vertici dl triangolo*
grafica
per v  volte
punto(xp,yp,maxcolor())            * lo si disegna nel piano cartesiano*
caso:=random(3)                        *si sceglie a caso un vertice*
se caso=0 allora
xp:=round((xp+x3)/2)
yp:=round((yp+y3)/2)
finese
se caso=1 allora
xp:=round((xp+x1)/2)              *si fa il  punto medio fra xp yp e il vertice
yp:=round((yp+y1)/2)                  a caso e lo ridenominiamo di nuovo xp yp *
finese
```

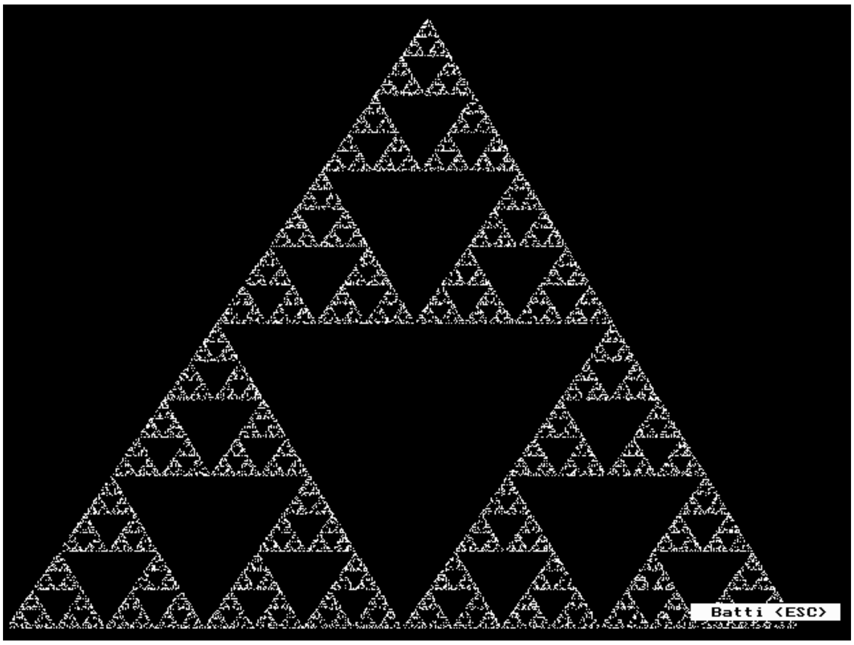
```
se caso=2 allora
xp:=round((xp+x2)/2)
yp:=round((yp+y2)/2)
finese
fineper
fine
```

Riporto le figure

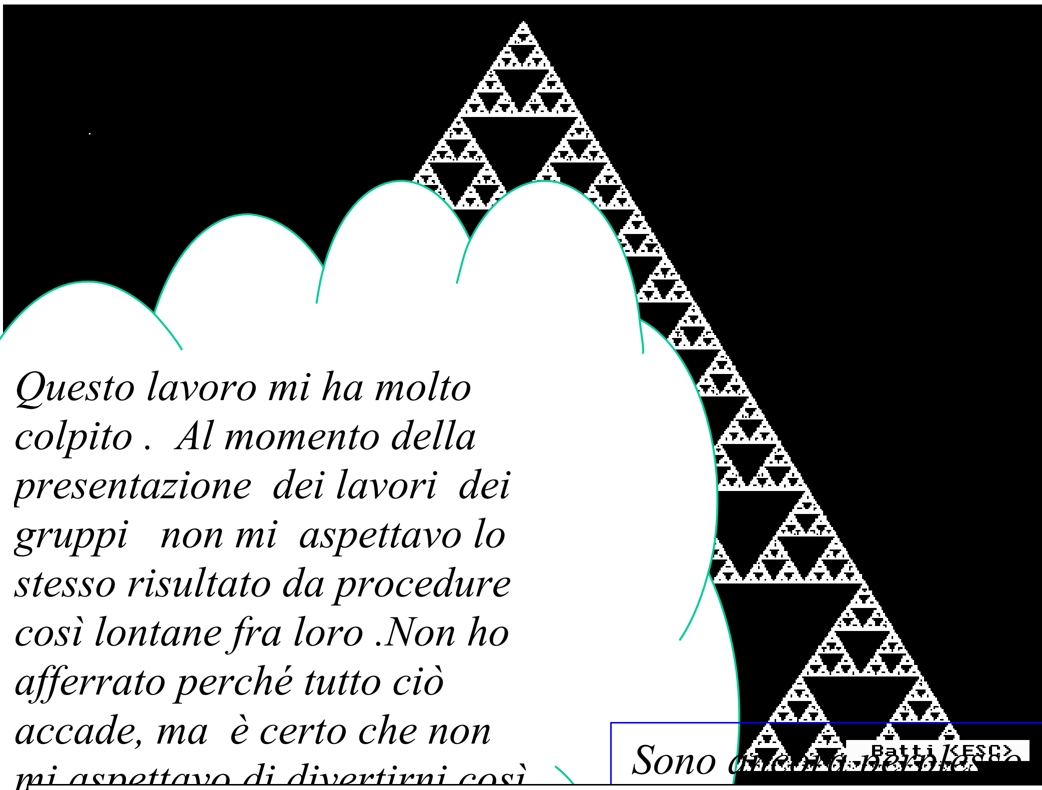
Il processo è stato iterato 200 volte



Il processo è stato iterato 2000 volte



Il processo è stato iterato 20000 volte



Il processo è stato iterato 2 milioni di volte

Questo lavoro mi ha molto colpito . Al momento della presentazione dei lavori dei gruppi non mi aspettavo lo stesso risultato da procedure così lontane fra loro .Non ho afferrato perché tutto ciò accade, ma è certo che non mi aspettavo di divertirmi così

matematica.... Abbiamo collaborato tutti non vedevamo l'ora di finire la procedura per vedere che

Sono ... su quello che ho

Quando hanno presentato il programma in L2P non ci pensavo proprio che venisse ancora quel triangolo. Mi ha battuto forte il cuore
Mi sembrava impossibile
Già mi era sembrata strano il triangolo di Tartaglia che ho colorato col mio gruppo ……

..... " la matematica è bella!!!!"
Ora ...bella è una parola grossa....ma certo è che quando col mio gruppo abbiamo fatto girare il programma GRAF0 e abbiamo visto cosa accadeva.....ci siamo impazziti sopra dallo stupore.....e già assaporavamo il momento della presentazione agli altri gruppi …………......

Questa attività li ha molto divertiti e emozionati tanto che hanno deciso di cambiare il nome al laboratorio e anagrammando il sostantivo PROCEDURA hanno trovato una parola che ben si addiceva alle loro emozioni

P R O C E D U R A

....
Ora ...bella è una parola grossa....ma certo è che quando

P R E D A C U O R